



Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

CUARTO

EJERCICIOS DE NÚMEROS PRIMOS

Antes de empezar el tema, aclaremos el campo numérico en el que trabajaremos; dicho campo será los números enteros positivos ($\mathbb{Z}^+$).

1. La unidad

Cantidad de divisores = 1

2. Primos absolutos

$$\boxed{CD = 2}$$

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31
37; 41; 43; 47; 53; 59; 61;
67; 71; 73; 79; 83; 89;
97; 101; ...

3. Compuestos

$$\boxed{CD > 2}$$

Descomposición polinómica

Consiste en descomponer a un número en sus factores primos y distintos.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r|l} 370 & 2 \times 5 \\ 37 & 37 \\ 1 & \end{array} \quad 370 = 2 \times 5 \times 37$$

$$\begin{array}{r|l} 4200 & 2^2 \times 5^2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

Cantidad de divisores

Consiste en calcular cuántos divisores posee un número. Utilizaremos el siguiente cuadro:

	$370=2 \times 5 \times 37$	$4200=2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$
Totales	$(1+1)(1+1)$ $(1+1)=2^3=8$	$(3+1)(1+1)$ $(2+1)(1+1)=48$
Primos	3	4
Simples	$3 + 1$	$4 + 1 = 5$
Compuestos	$8 - 4 = 4$	$48 - 5 = 43$
Propios	$8 - 1 = 7$	$48 - 1 = 47$

OJO

Totales: exponente más uno

Primos: cantidad de bases

Simples: primos más uno

Compuestos: totales menos simple

Propios: totales menos uno

Suma de los divisores

(SD)

$$N = A^a \times B^b \times C^c \times \dots \times Z^z$$

$$SD_{(N)} = \left(\frac{A^{a+1}-1}{A-1} \right) \left(\frac{B^{b+1}-1}{B-1} \right) \dots \left(\frac{Z^{z+1}-1}{Z-1} \right)$$

Ejemplos:

$$SD_{(370)} = \left(\frac{2^{1+1}-1}{2-1} \right) \left(\frac{5^{1+1}-1}{5-1} \right) \left(\frac{37^{1+1}-1}{37-1} \right)$$

$$SD_{(370)} = \left(\frac{2^2-1}{1} \right) \left(\frac{5^2-1}{4} \right) \left(\frac{37^2-1}{36} \right)$$

$$SD_{(370)} = \frac{3}{1} \times \frac{24}{4} \times \frac{1368}{36}$$

$$SD_{(370)} = 3 \times 4 \times 3$$

$$\therefore SD(370) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Trabajando en clase

Integral

- Determina la descomposición canónica de los siguientes números y da como respuesta la cantidad de divisores primos de cada uno.
A) 1600
B) 18 000
C) 2100
- De los divisores de 24, determina:
I. ¿Cuántos son múltiplos de 3?
II. ¿Cuántos no son múltiplos de 3?
III. La suma de los divisores que son múltiplos de 3.
IV. ¿Cuántos son múltiplos de 3 pero no de 2?
V. ¿Cuántos son cuadrados perfectos?
- ¿Cuántos divisores tiene el número $D = 124 \times 153$?

PUCP

- Calcula «n» si $K = 12n \times 28$ tiene 152 divisores compuestos.

Resolución:

$$K = 12^n \times 28$$

$$I. \text{ D.C: } K = (2^2 \times 3)^n \times (2^2 \times 7)$$

$$K = 2^{2n} \times 3^n \times 2^2 \times 7$$

$$K = 2^{2n+2} \times 3^n \times 7$$

$$II. \text{ CD}_{(\text{comp.})} = \text{CD}_{(\text{totales})} - \text{CD}_{(\text{simples})}$$

$$152 = (2n + 3)(n + 1)2 - 4$$

$$156 = (2n + 3)(n + 1)2$$

$$78 = (n + 1)(2n + 3)$$

$$\rightarrow n = 5$$

- Calcula «n» si $D = 48n \times 35$ tiene 335 divisores compuestos.
- Determina la suma de los factores primos de 19 635.
- ¿Cuántos divisores impares tiene 98 000?

UNMSM

- Para el número 2160, determina:
I. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 2?
II. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 3?
III. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 12?
IV. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 15?

Resolución:

$$\begin{array}{r|l} 2160 & 2 \times \\ 216 & 2 \times 3 \\ 36 & 2 \times 3 \\ 6 & 2 \times 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$I. \text{ } 2160 = 2(2^3 \times 3^3 \times 5)$$

$$\rightarrow \text{CD}(2) = 4 \times 4 \times 2 = 32$$

$$II. \text{ } 2160 = 3(2^4 \times 3^2 \times 5)$$

$$\rightarrow \text{CD}(3) = 5 \times 3 \times 2 = 30$$

$$III. \text{ } 2160 = 2^3 \times 3(2^2 \times 3^2 \times 5)$$

$$\rightarrow \text{CD}(12) = 3 \times 3 \times 2 = 18$$

$$IV. \text{ } 2160 = 3 \times (2^4 \times 3^2)$$

$$\rightarrow \text{CD}(15) = 5 \times 3 = 15$$

- Para el número 3600, determina:
I. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 2?
II. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 3?
III. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 12?
IV. ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 15?

- Calcula «p» si $10(p+3) + 10p$ tiene 194 divisores compuestos.

- ¿Cuál es el menor número que multiplicado por sí mismo tiene 75 divisores?

UNI

- Si $9n$ tiene «d» divisores, ¿cuántos divisores tendrá $243n$?

Resolución:

$$x = 9^n$$

$$x = (3^2)^n \text{ CD}(x) = 2x + 1 = d$$

$$n = \frac{d-1}{2}$$

$$= 243^n = (3^5)^n = 3^{5n}$$

$$\rightarrow \text{CD}(243^n) = 5n + 1 = \frac{d-1}{2} + 1$$

$$= \frac{5d-5+2}{2}$$

$$= \frac{5d-3}{2}$$

- Si $27n$ tiene «d» divisores, ¿cuántos divisores tendrá $729n$?
- Calcula la suma de las cifras de un número entero N, si se sabe que admite solo 2 divisores primos, que el número de sus divisores simples y compuestos es 6, y la suma de sus divisores es 28.