



# Materiales Educativos GRATIS

## ALGEBRA

## CUARTO

# EJERCICIOS DE LOGARITMOS

### Definición

Se llama logaritmo de un número en una base dada, positiva y distinta de la unidad, al exponente a que debe elevarse la base para obtener una potencia igual al número dado.

Así el logaritmo del número N, en base «b» ( $b > 0 \wedge b \neq 1$ ) es el exponente «x» al que debe elevarse «b» para obtener N.

### Notación:

$$\text{Log}_b N = x \Leftrightarrow N = b^x$$

Se lee: logaritmo de N en base «b» es igual a «x» donde:

$$\begin{aligned} N &\in \mathbb{R}^+ \\ b &\in \mathbb{R}^+ - \{1\} \\ x &\in \mathbb{R} \end{aligned}$$

### Ejemplos:

- $\text{Log}_3 25 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 25$
- $\text{Log}_{1/3} 243 = -5 \Leftrightarrow (1/3)^{-5} = 243$

### Identidad fundamental

$$b^{\text{Log}_b N} = N$$

$$N > 0; b < 0; b \neq 1$$

### Ejemplos:

- $5^{\text{Log}_5 6} = 6$
- $4^{\text{Log}_4 (x+1)} = x + 1; x > -1$

### Propiedades

#### A. Logaritmo de un producto

$$\text{Log}_a (xy) = \text{Log}_a x + \text{Log}_a y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_2 26 = \text{Log}_2 (13 \cdot 2) = \text{Log}_2 13 + \text{Log}_2 2 = \text{Log}_2 13 + 1$$

#### B. logaritmo de un cociente

$$\text{Log}_a (x/y) = \text{Log}_a x - \text{Log}_a y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_5 (2/3) = \text{Log}_5 2 - \text{Log}_5 3$$

#### C.

$$\text{Log}_{x^n} y^m = \frac{m}{n} \text{Log}_x y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_4 27 = \text{Log}_{2^2} 3^3 = \frac{3}{2} \text{Log}_2 3$$

#### D. Regla de la cadena

$$\text{Log}_x a \cdot \text{Log}_a b \cdot \text{Log}_b y = \text{Log}_x y$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_2 7 \cdot \text{Log}_7 9 \cdot \text{Log}_9 16 = \text{Log}_2 16 = 4$$

#### E. Cambio de base

$$\text{Log}_a b = \frac{\text{Log}_x b}{\text{Log}_x a}$$

entonces:

$$\text{Log}_a b = \frac{1}{\text{Log}_b a}$$

#### Ejemplo:

$$\text{Log}_2 5 = \frac{\text{Log}_3 5}{\text{Log}_3 2} \text{ (se cambió a base 3)}$$

### ¡Importante!

Las propiedades expuestas deben cumplir condiciones antes estudiadas en la definición.

## Cologaritmo

$$\text{Colog}_b N = \text{Log}_b(1/N) ; \begin{matrix} N > 0 \\ b \in \mathbb{R}^+ - \{1\} \end{matrix}$$

### Consecuencia

$$\text{Colog}_b N = -\text{Log}_b N$$

### Ejemplo:

$$\text{Colog}_3 243 = -\text{Log}_3 243 = -5$$

## Antilogaritmo

$$\text{Antilog}_b N = b^N$$

$$N \in \mathbb{R}$$

$$b \in \mathbb{R}^+ - \{-1\}$$

### Ejemplo:

$$\text{Antilog}_2 10 = 2^{10} = 1024$$

## Trabajando en clase

### Integral

1. Calcula el logaritmo de  $\sqrt[3]{4}$  en base  $\sqrt{8}$ .

2. Calcula:

$$A = \text{Log}_2 256 + \text{Colog}_5 25 - \text{Antilog}_4 2 + 8^{\text{Log}_2 5}$$

3. Calcula:

$$M = \text{Log}_3 12 + \text{Log}_3 15 - \text{Log}_3 20$$

### Católica

4. Calcula:

$$E = \text{Log}_x 81$$

$$\text{si: } x = \text{Log}_2 \sqrt{7} \cdot \text{Log}_{\sqrt{7}} 3 \cdot \text{Log}_3 8$$

Resolución:

$$x = \text{Log}_2 \sqrt{7} \cdot \text{Log}_{\sqrt{7}} 3 \cdot \text{Log}_3 8$$

$$x = \text{Log}_2 8 \text{ (regla de la cadena)}$$

$$x = 3 \text{ (definición)}$$

$$\text{Luego: } E = \text{Log}_3 81 \Rightarrow E = 4$$

5. Si

$$A = \text{Log}_5 \pi \cdot \text{Log}_\pi 3 \cdot \text{Log}_3 25$$

$$\text{calcula: } M = \text{Log}_{16} a$$

6. Reduce:

$$F = \frac{\text{Log}_4 25}{\text{Log}_4 3} + \frac{\text{Log}_7 9/25}{\text{Log}_7 3}$$

7. Calcula:

$$F = \text{Log}(1+1/2) + \text{Log}(1+1/3) + \text{Log}(1+1/4) + \dots + \text{Log}(1+1/199)$$

### UNMSM

8. Si  $\text{Log}_2 5 = a$ . Calcula  $\text{Log}_{40} 500$ .

Resolución:

Hacemos cambio de base (base del dato = 2)

Luego:

$$\begin{aligned} \text{Log}_{40} 500 &= \frac{\text{Log}_2 500}{\text{Log}_2 40} = \frac{\text{Log}_2 5^3 \cdot 0^2}{\text{Log}_2 5 \cdot 2^3} \\ &= \frac{3\text{Log}_2 5 + 2\text{Log}_2 2}{\text{Log}_2 5 + 3\text{Log}_2 2} = \frac{3a + 2}{a + 3} \end{aligned}$$

9. Si  $\text{Log}_5 3 = x$

$$\text{Calcula: } \text{Log}_{75} 135$$

10. Calcula el valor de:

$$M = a^{\text{Log}_a^1} + a^{\text{Log}_a^2} + a^{\text{Log}_a^3} + \dots + a^{\text{Log}_a^{100}}$$

11. Calcula:

$$A = 7^{\text{Log}_7 5^{\text{Log}_5 3}}$$

### UNI

12. Calcula

$$A = \text{Antilog}_2 \text{Colog}_3 \text{Log}_2 512$$

Resolución

$$A = \text{Antilog}_2 \text{Colog}_3 \text{Log}_2 512 \xrightarrow{9}$$

$$A = \text{Antilog}_2(\text{CoLog}_3 9)^{-2}$$

$$A = \text{Antilog}_2 -2$$

$$A = 2^{-2} = 1/4$$

13. Calcula:

$$N = \text{Colog}_3 \text{Log}_2 \text{Antilog}_4 3/2$$

14. Determina la base «a» tal que:

$$\text{Log}_a \sqrt[4]{125} = 3/2$$