Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA CUARTO

EJERCICIOS DE FUNCIÓN CUADRÁTICA

Función cuadrática

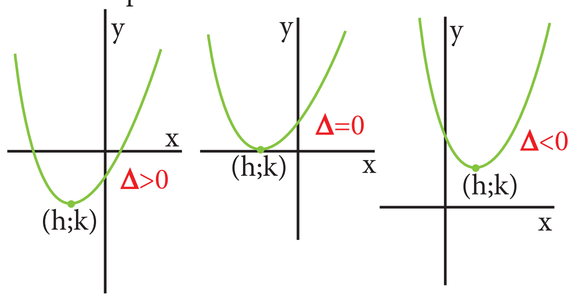
$f(x) = ax^2 + bx + c$ o $y = ax^2 + bx + c$; a; b; c $\in \mathbb{R}$; $a \neq 0$

La gráfica de esta función es una curva llamada parábola que tiene como vértice a $v = (h; k)$

Donde: $h = -\dfrac{b}{2a}$; $k = f(h)$

Casos:

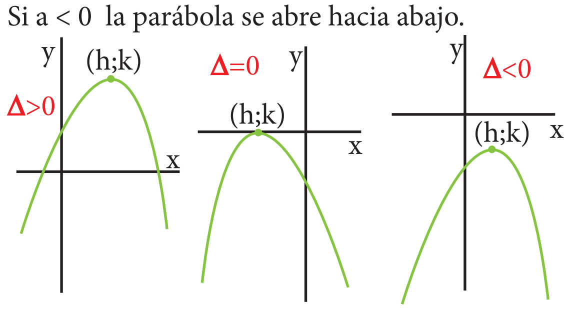
a) Si $a > 0$ la parábola se abre hacia arriba.



Dom$f = \mathbb{R}$; Ran $f = [k; +\infty\rangle$

En este caso se nota que el mínimo valor de la función es «k»

b) Si $a < 0$ la parábola se abre hacia abajo.



Dom $f = \mathbb{R}$; Ran$f = \langle -\infty; k]$

En este caso se ve que el máximo valor de la función es k.

Intersección con los ejes coordenados

A. Intersección el eje x

Para calcular los puntos de corte (intersección) con el eje x, se iguala y a cero ($y = 0$), es decir, $0 = ax^2 + bx + c$ y se resuelve la ecuación cuadrática para calcular las raíces $\{x_1; x_2\}$.

Luego los puntos de corte son $(x_1; 0)$ y $(x_2; 0)$

B. Intersección con el eje y

Para calcular el punto de corte (intersección) en el eje y, se iguala x a cero ($x = 0$); es decir:

$y = ax^2 + bx + c$

$y = a(0)^2 + b(0) + c$

$y = c$

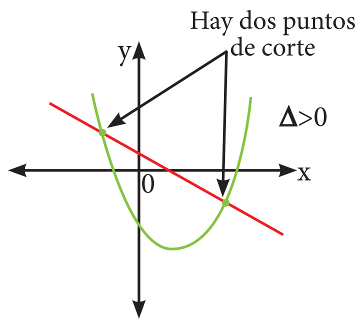
Luego, el punto de intersección será $(0; c)$

C. Intersección de una función cuadrática con una función lineal

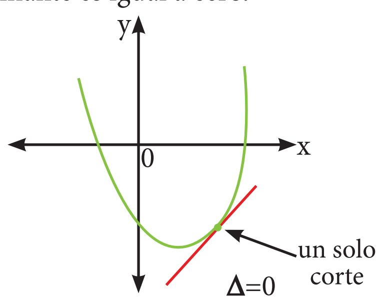
Sea $\underbrace{f(x) = mx + n}_{\text{lineal}} \;\wedge\; \underbrace{g(x) = ax^2 + bx + c}_{\text{cuadrática}}$

Para calcular el o los puntos de intersección de estas dos funciones se deben igualar, una vez que hallamos x, reemplazamos en cualquiera de las funciones para calcular y.

Caso 1: si hay dos puntos de corte, entonces el discriminante es mayor que cero.



Caso 2: si hay un solo punto de corte, entonces el discriminante es igual a cero.



Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el vértice de $f(x) = x^2 + 4x - 1$

2. Calcula el rango de $f(x) = x^2 - 4x + 7$

3. Calcula el vértice de $f(x) = x^2 + 5x - 1$

Integral

4. Calcula el vértice de $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ e indica su rango

Resolución:

Como $f(x) = -x^2 + 4x + 2$

$a = -1; b = 4; c = 2$

$h = -\dfrac{(4)}{2(-1)} = 2$

$K = f(x) = -(2)^2 + 4(2) + 2$

$K = 6$

$\therefore\ V = (2; 6)$

$\text{Ranf} = \langle +\infty; 6]$

5. Calcula el vértice de $f(x) = -x^2 + x - 1$ y su rango

6. Calcula la intersección de $f(x) = x^2 + 5x + 6$ con el eje de las abscisas.

7. Calcula la intersección de $f(x) = x^2 - 20x + 75$ con el eje de las ordenadas.

UNMSM

8. Grafica $f(x) = x^2 - 8x + 12$

Resolución:

❖ Vértice:

$h = -\dfrac{(-8)}{2} = 4$

$K = f(4) = 4^2 - 8(4) + 12$

$K = -4$

$\therefore\ V = (4; -4)$

❖ Intersección con el eje x $(y = 0)$

$0 = x^2 - 8x + 12$

$0 = (x - 6)(x - 2)$

$x = 6; x = 2$

Puntos: $(2; 0) \wedge (6; 0)$

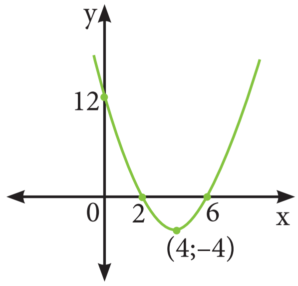
❖ Intersección con eje y $(x = 0)$

$y = 0^2 - 8(0) + 12$

$y = 12$

Punto: $(0; 12)$

Graficamos:



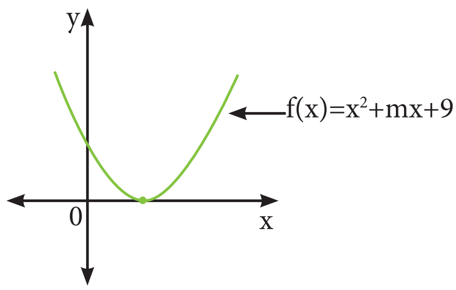
9. Grafica: $f(x) = x^2 - 20x + 64$

10. Grafica: $f(x) = x^2 + 8x + 12$

11. Grafica: $f(x) = -x^2 + 5x + 6$

UNI

12. Calcula el valor de «m».



Resolución:

Como el grafico corta en un solo punto

$\Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4(1)(9) = 0$

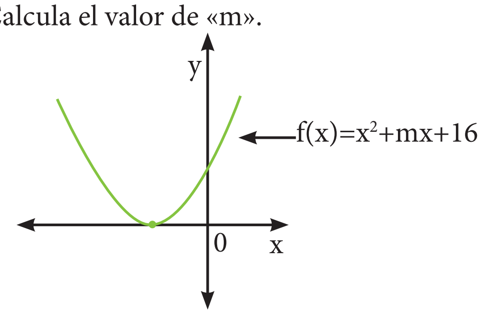
$m^2 = 36$

$m = \pm 6$

$\Rightarrow$ Si: $m = 6 \Rightarrow V=(-3; 0)$ (No cumple con el gráfico)

$\Rightarrow$ Si: $m=-6 \Rightarrow V= (3; 0)$ (Si cumple con el gráfico)

13. Calcula el valor de «m».



14. Si: $f(x) = x + 2$ es tangente a $g(x) = x^2 + (m + 3)x^2 + 3m - 1$, calcula «m»