EJERCICIOS DE ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Definición

Son aquellas ecuaciones en la cual la incógnita está afectada por el operador logarítmico.
Para resolver una ecuación logarítmica, tómese en cuenta la definición y los siguientes criterios:

¡Cuidado!

- $\text{Log}^2x \neq \text{Log}x^2$
- $\text{Log}x^{\text{Log}x} = \text{Log}x.\text{Log}x = (\text{Log}x)^2$

Si:
$\text{Log}_b((F(x)) = \text{Log}_b(G(x)) \Rightarrow F(x) > 0 \wedge G(x) > 0 \wedge F(x) = G(x)$,
siendo: $b > 0 \wedge b \neq 1$

Si:

$F(x) = G(x)$ y ambos son positivos

$\Rightarrow \text{Log}_b(F(x)) = \text{Log}_b(G(x))$; para: $b > 0 \wedge b \neq 1$

Ejemplo:

Resuleve la ecuación:

$$1 + 2\text{Log}x - \text{Log}(x + 2) = 0$$

Resolución:

Transponiendo convenientemente:

$\text{Log}(x + 2) - \text{Log}x^2 = 1$

$\Rightarrow \text{Log}\left(\dfrac{x+2}{x^2}\right) = 1 \Rightarrow \dfrac{x+2}{x^2} = 10^1$

$\Rightarrow x + 2 = 10x^2 \Rightarrow 10x^2 - x - 2 = 0$

$\Rightarrow (5x + 2)(2x - 1) = 0$

$\Rightarrow 5x + 2 = 0 \wedge 2x - 1 = 0$

$\Rightarrow \underbrace{x = -\dfrac{2}{5}}_{\text{No cumple}} \vee x = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \text{C.S.} = \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

Trabajando en clase

Integral

1. Resuelve:

$$\text{Log}_2x + \text{Log}_2(x + 2) = \text{Log}_23$$

2. Resuelve:

$$\text{Log}_3x + \text{Log}_3(x + 6) = 3$$

3. Resuelve:

$$\text{Log}_52 + \text{Log}_5x = \text{Log}_54 + 1$$

Católica

4. Resuelve:

$$\text{Log}_4\text{Log}_3\text{Log}_5(20x + 5) = 0$$

Resolución:

$\text{Log}_3\text{Log}_5(20x + 5) = 4^0 = 1$

$\text{Log}_5(20x + 5) = 3^1 = 3$

$20x + 5 = 5^3 = 125$

$20x = 120$

$\therefore x = 6$

5. Resuelve:

$$\text{Log}_9\text{Log}_2\text{Log}_3(81x) = 1/2$$

6. Resuelve:

$$7^{\text{Log}_7(x^2 - 4x + 5)} = 9^{\text{Log}_3(x - 1)}$$

7. Resuelve:

$$\text{Log}_3(x - 5) + 4\,\text{Log}_3\sqrt{5} = \text{Log}_3100$$

UNMSM

8. Resuelve:

$$\text{Log}_2(x^2+6) - \text{Log}_2 5x = 0$$

Resolución:

$$\text{Log}_2\left(\frac{x^2+6}{5x}\right) = 0; \quad \begin{array}{l} x^2+6>0 \;...\; \alpha \\ 5x>0 \;...\; \beta \end{array}$$

$$\frac{x^2+6}{5x} = 1$$

$$x^2+6 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x = 2 \;\wedge\; x = 3$$

❖ Las raíces cumplen con las restricciones α y β

C.S.: {2: 3}

9. Resuelve:

$$\text{Log}_2(5x+6) - \text{Log}_2 x = 1$$

10. Calcula «n» si:

$$\text{Log}_2 3 + \text{Log}_2 3^2 + \text{Log}_2 3^3 + ... + \text{Log}_2 3^n = \text{Log}_2 3^{28}$$

11. Calcula «x» si:

$$7^{\text{Log}_3^5} + 8^{\text{Log}_8^x} = 5^{\text{Log}_3^7} + \text{Log}_{\sqrt[5]{x}}^{x}$$

UNI

12. Resuelve:

$$\text{Log}_3^{x^2} = \text{Log}_{3x}\,\text{Antilog}_x^4$$

Resolución:

$$\text{Log}_3^{x^2} = \text{Log}_{3x}^{x^4}$$

$$\text{Log}_{(3)^2}^{(x^2)^2} = \text{Log}_{3x}^{x^4}$$

$$\text{Log}_9^{x^4} = \text{Log}_{3x}^{x^4}$$

Por comparación: $3x = 9$

$\therefore \quad x = 3$

13. Resuelve:

$$\text{Log}_2^{x^2} = \text{Log}_{8x}\text{Antilog}x^6$$

14. Determina la base «a» tal que:

$$1 + \text{Log}_{100}x = \text{Log}_{1000}x$$