



# Materiales Educativos GRATIS

## ALGEBRA

## TERCERO

# EJERCICIOS DE CRITERIOS DE FACTORIZACIÓN II

### CRITERIO DEL ASPA DOBLE

Se emplea para factorizar polinomios que tienen la siguiente forma general:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$$

1. Se trazan dos aspas simples entre los términos  $Ax^2 \wedge Cy^2$ ;  $Cy^2 \wedge F$ .
2. Se traza un aspa grande entre los extremos  $Ax^2 \wedge F$ .
3. Se verifican las aspas simples y el aspa grande.
4. Se toman los factores en forma horizontal.

#### Ejemplo:

Factoriza:

$$P(x, y) = 6x^2 + 13xy + 6y^2 + 7x + 8y + 2$$

#### Resolución:

Aplicando las aspas simples:

$$\begin{array}{ccccccc} 6x^2 & + & 13xy & + & 6y^2 & + & 7x & + & 8y & + & 2 \\ 3x & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \\ 2x & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \end{array}$$

Entonces, la forma factorizada es:

$$(3x + 2y + 2)(2x + 3y + 1)$$

### CRITERIO DE DOBLE ESPECIAL

Se utiliza para factorizar polinomios de cuarto grado, de forma general.

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$$

1. Se aplica un aspa simple en los extremos  $Ax^4 \wedge E$ .
2. El resultado se resta del término central  $Cx^2$ .
3. Se expresa la diferencia en dos factores y se coloca debajo del término central.
4. Luego se aplica dos aspas simples y se toman horizontalmente.

#### Ejemplo:

Factoriza:

$$P(x) = x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1$$

#### Resolución:

Descomponiendo los extremos:

$$\begin{array}{ccccccc} x^4 & + & 7x^3 & + & 14x^2 & + & 7x & + & 1 & \text{SDT: } 14x^2 \\ x^2 & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \\ x^2 & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x^2 + 3x + 1)(x^2 + 4x + 1)$$

#### Observación:

SDT: se debe tener

ST: se tiene

### CRITERIO DE LOS DIVISORES BINOMIOS

Este método se emplea para factorizar polinomios de una sola variable y que admiten factores de primer grado.

#### Ejemplo:

Factorizar:  $P(x) = x^3 - 7x + 6$

#### Resolución:

I. Los posibles ceros racionales son:

$$\pm \{1; 2; 3; 6\}$$

$$\text{Veamos: } P(1) = 1 - 7 + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1) \text{ es un factor}$$

II. El otro factor por la regla de Ruffini:

$$[P(x) \div (x - 1)]$$

	1	0	-7	6
x = 1	↓	1	1	-6
	1	1	-6	0
	$q(x)$			

$$\text{Recordar } P(x) \equiv (x - 1)q(x)$$

$$\Rightarrow P(x) \equiv (x - 1)(x^2 + x - 6)$$

$$\begin{array}{ccc} x & \swarrow & 3 \\ x & \swarrow & -2 \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x - 1)(x + 3)(x - 2)$$

# Trabajando en clase

## Integral

- Factoriza:  
 $P(x, y) = 3x^2 + 7xy + 2y^2 + 7y + 12x + 6$
- Factoriza:  
 $P(x, y) = -3x + 14x^2 - 2y - 2xy - 2$
- Factoriza:  
 $P(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 2z^2 + 5xy - 5xz - 3yz$

## UPCP

- Factoriza:  
 $P(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 7x + 6$

Resolución:

$$P(x) = x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 7x + 6$$

$$x^2 \quad (2x)^2 \quad 3 = 3x^2$$

$$x^2 \quad 2 = 2x^2$$

$$ST = 5x^2$$

$$\frac{SDT = 7x^2}{ST = 5x^2} = 2x^2 \quad P(x) = (x^2 + 2x + 3)(x^2 + x + 2)$$

- Factoriza:  
 $P(x) = x^4 + 5x^3 + 13x^2 + 17x + 12$
- Factoriza:  
 $P(x) = 6x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 3x + 2$
- Factoriza:  
 $P(x) = 2x^4 - 13x - 3(x^3 - x^2 - 2)$

## UNMSM

- Factoriza:  
 $A = x^3 - 3x^2 - x + 3$
- Resolución:  
 $PSD = \pm\{1; 3\} = \pm\{1; 3\}$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -3 & -1 & 3 \\ 1 & \downarrow & 1 & -2 & -3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$A = (x^2 - 2x - 3)(x - 1)$$

$$\Rightarrow A = (x - 3)(x + 1)(x - 1)$$

- Factoriza:  
 $F(x) = 2x^3 + 7x^2 + 7x + 2$
- Factoriza:  
 $F(x, y) = 12x^2 + 5xy - 17x + 7y - 2y^2 - 5$
- Factoriza:  
 $P(x) = x^4 + 9x^3 + 23x^2 + 21x + 6$

## UNI

- Factoriza:  
 $P(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

Resolución:

$$PSD = \pm\{1; 2; 4; 8\}$$

$$\begin{array}{c|cccc|c|c} & 1 & 0 & -3 & 2 & -4 & -8 \\ 2 & \downarrow & 2 & 4 & 2 & 8 & 8 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ -1 & \downarrow & -1 & -1 & 0 & -4 & \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 4 & 0 & \\ -2 & \downarrow & -2 & 2 & -4 & & \\ \hline & 1 & -1 & 2 & 0 & & \end{array}$$

$$\therefore P(x) = (x - 2)(x + 1)(x + 2)(x^2 - x + 2)$$

- Factoriza:  
 $P(x) = 4x^5 - 29x^3 - 24x^2 + 7x + 6$
- Factoriza:  
 $P(x) = (x^2 + 2x)(x^2 - x) + 7x + 3$