Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA SEGUNDO

EJERCICIOS DE ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

ÁNGULOS ASOCIADOS

Son aquellos ángulos que se relacionan con la circunferencia por su ubicación. Además, se sabe que la medida de los ángulos y los arcos de la circunferencia cumplen con determinadas ecuaciones o fórmulas.

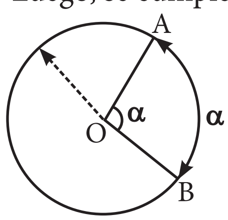
1. Ángulo central

Es aquel ángulo cuyo vértice es el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios cualesquiera.

$\angle AOB$ es un ángulo central donde $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$ son radios y O es el centro de la circunferencia.

$\overset{\frown}{AB}$ es un arco de la circunferencia.

Luego, se cumple para todo ángulo central:



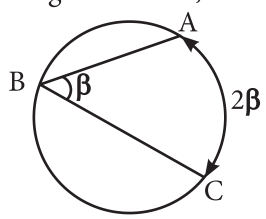
$$m\angle AOB = m\,\overset{\frown}{AB} = \alpha$$

2. Ángulo inscrito

Es aquel ángulo formado por dos cuerdas, cuyo vértice es un punto de la circunferencia (aferente)

$\angle ABC$, inscrito en la circunferencia de centro O, donde $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son cuerdas de la circunferencia y el punto B pertenece a la circunferencia.

Luego, para el ángulo inscrito, se cumple:



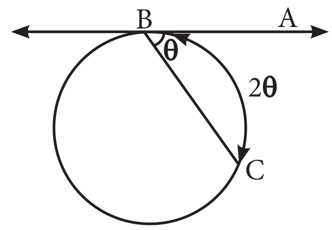
$$m\angle ABC = \frac{m\,\overset{\frown}{AC}}{2} \text{ o } 2m\angle ABC = m\,\overset{\frown}{AC}$$

3. Ángulo semiinscrito

Es aquel ángulo formado por una recta tangente a la circunferencia y una cuerda que pasa por el punto de tangencia. Sea la recta $\mathscr{L}$ tangente, B es el punto de tangencia y $\overline{BC}$ es una cuerda de la circunferencia.

El $\angle ABC$ es un ángulo semiinscrito. Además, $\overline{BC}$ es el que determina la cuerda en la circunfernecia.

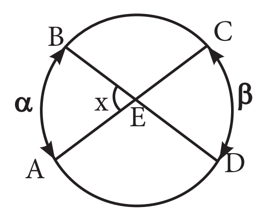
Luego, para el ángulo semiinscrito se cumple:



$$m\angle ABC = \frac{m\,\overset{\frown}{BC}}{2} \text{ y } 2m\angle ABC = m\,\overset{\frown}{BC}$$

4. Ángulo interior

Es aquel ángulo formado por dos cuerdas secantes que se cortan en un punto de la región interior de la circunferencia.



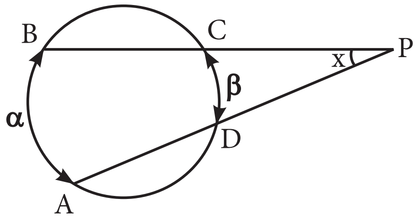
En todo ángulo interior, se cumple:

$m\angle ABC = x$; $m\overset{\frown}{AB} = \alpha$; $m\overset{\frown}{CD} = \beta$

$$x = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

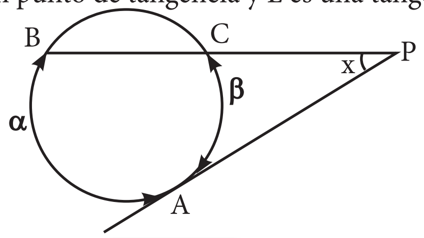
5. Ángulo exterior

Es aquel ángulo ubicado en la región externa de la circunferencia.



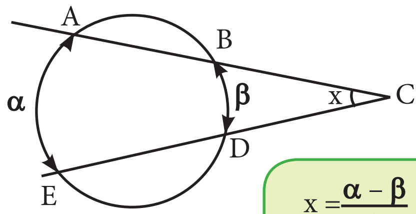
Se puede formar:

❖ Por la intersección de una recta tangente y una recta secante a la circunferencia, donde A es un punto de tangencia y L es una tangente.



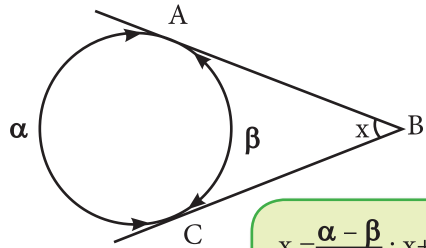
$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

❖ Por la intersección de dos rectas secantes a la circunferencia.



$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

❖ Por la intersección de dos rectas tangentes a la circunferencia.



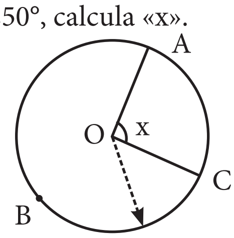
$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}\ ;\ x + \beta = 180°$$

(A y C: puntos de tangencia)

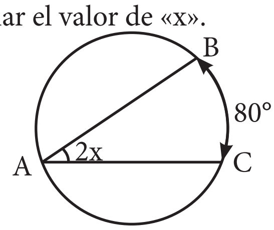
Trabajando en clase

Integral

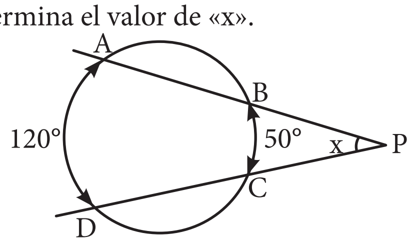
1. Si m$\overparen{ABC}$=250°, calcula «x».



2. Determinar el valor de «x».

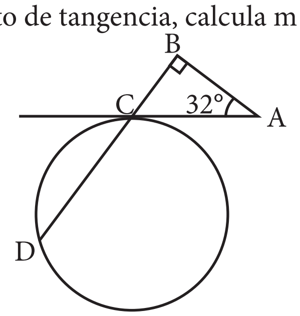


3. Determina el valor de «x».



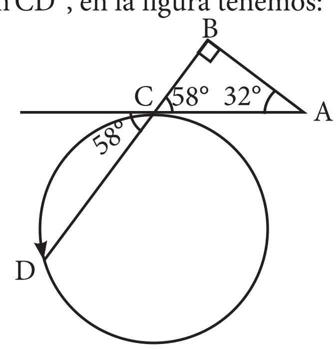
PUCP

4. Si C es punto de tangencia, calcula m$\overparen{CD}$.



Resolución:

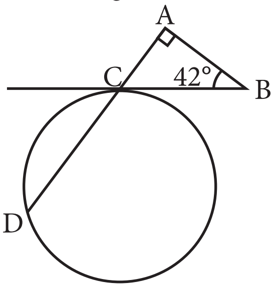
Piden m$\overparen{CD}$, en la figura tenemos:



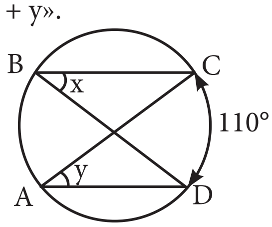
Luego m$\overparen{CD}$ = 2m∠ECD

m$\overparen{CD}$ = 2(58°) → m$\overparen{CD}$ = 116°

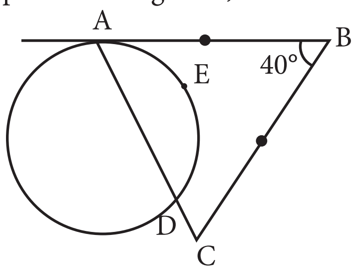
5. Si C es el punto de tangencia, calcula $m\overset{\frown}{CD}$.



6. Calcula «x + y».

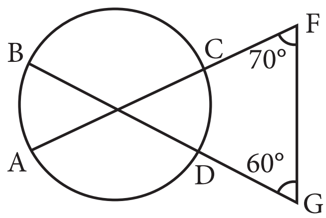


7. Si A es punto de tangencia, calcula $m\overset{\frown}{AED}$.



UNMSM

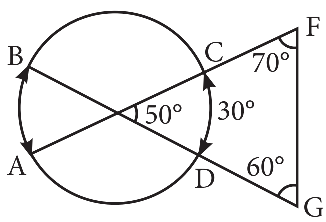
8. Calcula $m\overset{\frown}{AB}$; si $m\overset{\frown}{CD} = 30°$.



Resolución:

Piden: $m\overset{\frown}{AB}$

En la figura, tenemos:

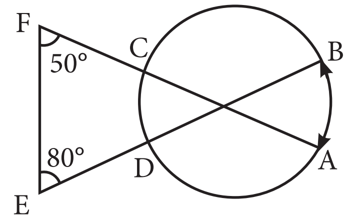


Luego, $50° = \dfrac{m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD}}{2}$

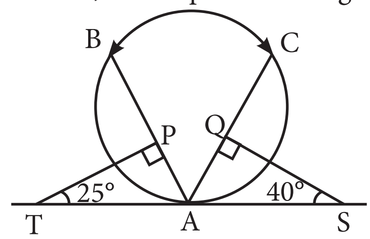
$100° = m\overset{\frown}{AB} + 30°$

$m\overset{\frown}{AB} = 70°$

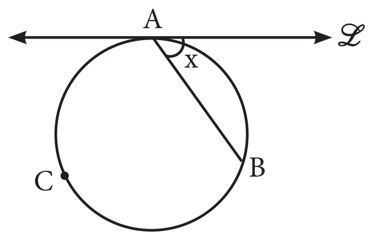
9. Calcula $m\overset{\frown}{AB}$, si $m\overset{\frown}{CD} = 20°$.



10. Calcula $m\overset{\frown}{BC}$, si A es punto de tangencia.

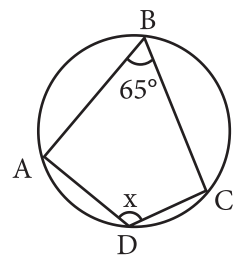


11. Calcula «x» si $m\overset{\frown}{ABC} = 280°$. (A: punto de tangencia).



UNI

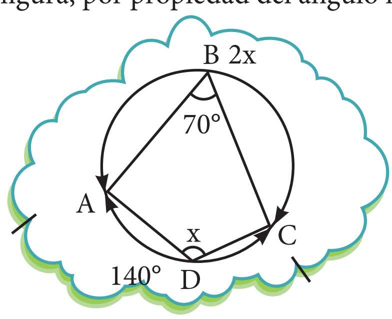
12. Determina el valor de «x».



Resolución:

Piden: «x»

En la figura, por propiedad del ángulo inscrito.



Luego, tenemos:

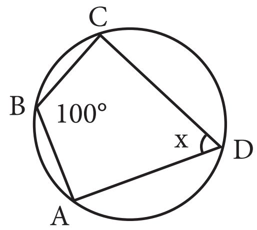
Medida angular de la circunferencia = 360°

$2x + 140° = 360°$

$2x = 220°$

$x = 110°$

13. Encuentra el valor de «x».



14. Calcula «x» si B y E son puntos de tangencia.