



ECUACIONES Y SISTEMAS LINEALES

ECUACIÓN

Es la igualdad entre dos expresiones matemáticas, en la que se puede reconocer por lo menos una variable.

Ejemplo:

$$5x + 2 = 4x + 8$$

→ $5x + 2 = 4x + 8$ es falsa si $x = 0$

→ $5x + 2 = 4x + 8$ es verdadero si $x = 6$

Solución de una ecuación

Es el valor que toma la variable y que hace que la ecuación se verifique (sea verdadera)

Ejemplo:

$x = 6$ es solución de la ecuación:

$$5x + 2 = 4x + 8$$

$$\text{Ya que: } 5(6) + 2 = 4(6) + 8 \\ 32 = 32$$

CONJUNTO SOLUCIÓN (C.S.)

Es el conjunto formado por las soluciones de la ecuación.

Ejemplo:

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

Se verifica para $x = 6$; $x = 1$

Luego:

Conjunto solución: C.S. = $\{1; 6\}$

ECUACIÓN LINEAL O DE PRIMER GRADO

Es la ecuación que al ser reducida se obtiene como mayor exponente de la variable a 1.

Ejemplo:

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - x + 8$$

$$2x + 1 = -x + 8$$

$$3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

Forma general:

$$ax + b = 0; a \neq 0$$

Clasificación

Por el tipo de conjunto solución, se clasifican de la siguiente manera:

a) Compatible determinada

Cuando posee una única solución.

Ejemplo:

$$5x - 1 = 9$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

b) Compatible indeterminada

Cuando posee infinitas soluciones.

Ejemplo:

$$5(x+1) = 4x + x + 5$$

$$5x + 5 = 5x + 5$$

$$5 = 5 \text{ (verdadera)}$$

Tiene infinitas soluciones.

$$* x = 0 \Rightarrow 5 = 5$$

$$* x = -1 \Rightarrow 5 = 5$$

$$* x = 4 \Rightarrow 5 = 5$$

$$\therefore \text{C.S.} = \mathbb{R}$$

c) Incompatible o inconsistente

Cuando no tiene solución.

Ejemplo:

$$7(x - 1) = 3x + 4x + 2$$

$$7x - 7 = 7x + 2$$

$$-7 = 2 \text{ (falsa)}$$

Luego la ecuación no tiene solución:

$$\text{C.S.} = \emptyset$$

ANÁLISIS DE COMPATIBILIDAD

Sea:

$$ax + b = 0$$

- Compatible determinada: $a \neq 0 \wedge b \in \mathbb{R}$
- Compatible indeterminada: $a = 0 \wedge b = 0$
- Incompatible o inconsistente: $a = 0 \wedge b \neq 0$



SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Un sistema es un conjunto de ecuaciones con dos o más variables. Se llama sistema lineal de ecuaciones porque está compuesto por ecuaciones de primer grado.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 5x + y &= 4 \\ x - y &= 14 \end{aligned}$$



CONJUNTO SOLUCIÓN

Está formado por pares ordenados $(x_0; y_0)$ que verifican las dos ecuaciones simultáneamente.

Por ejemplo: C.S. = $\{(3; -11)\}$ es el conjunto solución del ejemplo anterior.

Forma general:

$$ax + by = c$$

$$mx + ny = p$$

Donde: $x; y$ son variables.

$\{a, b, c, m, n, p\}$ son coeficientes.

Análisis de compatibilidad

$$ax + by = c$$

$$mx + ny = p$$

- Sistema compatible determinado:
Posee única solución. Se cumple lo siguiente:

$$\frac{a}{m} \neq \frac{b}{n}$$

- Sistema compatible indeterminado
Posee infinitas soluciones. Se cumple lo siguiente:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

- Sistema incompatible o inconsistente
No tiene solución. Se cumple lo siguiente:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}$$

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

1. Resuelve: $\frac{4x-1}{5} - \frac{2x+1}{3} = \frac{x-1}{2}$

2. Resuelve: $-x + 3(x-7) = 2x + 8$

3. Resuelve: $5 - 4(3x-2) = 5(-2x+3) - 2(x+1)$

PUCP

4. Resuelve:

$$\frac{5}{x} + \frac{1}{y} = \frac{17}{6} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 3 \dots\dots\dots(2)$$

Resolución:

Eliminamos la variable "y" para esto multiplicamos por (-6) a la ecuación (1) y después sumamos ambas ecuaciones.

$$\left(\frac{5}{x} + \frac{1}{y} = \frac{17}{6}\right)(-6) \Rightarrow \frac{-30}{x} - \frac{6}{y} = -17 \downarrow (+)$$

$$\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 3$$

$$\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 3$$

$$\frac{-28}{x} = -14$$

$$\Rightarrow x = +2$$

Luego, reemplazamos en (2)

Tenemos: $\frac{2}{2} + \frac{6}{y} = 3 \Rightarrow y = 3 \therefore \text{C.S.} = \{(2; 3)\}$

5. Resuelve:

$$\frac{10}{x} + \frac{9}{y} = 2$$

$$\frac{7}{x} - \frac{6}{y} = \frac{11}{2}$$

6. ¿Cuál es el valor de "b", para obtener $x = 5y$?

$$x - 2y = b - 2$$

$$2x + y = b + 1$$

7. Calcula "a" si la siguiente ecuación es inconsistente:

$$3ax + 2 + 5x = 8(x - 2)$$

UNMSM

8. Calcula "m.n" si el siguiente sistema de ecuaciones es compatible indeterminado:

$$(m - n)x - (3n - m)y = 2$$

$$5x + 2y = 1$$

Resolución:

Compatible indeterminada:

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{m-n}{5} = \frac{2}{1} &\rightarrow m-n=10 && \dots(1) \\ \rightarrow \frac{-3n+m}{2} = \frac{2}{1} &\rightarrow \underline{-3n+m=4} && \dots(2) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \rightarrow \frac{m-n}{5} = \frac{2}{1} \\ \rightarrow \frac{-3n+m}{2} = \frac{2}{1} \end{aligned}} \right\} (I) - (II)$$

$$2n = 6$$

$$n = 3$$

Reemplazando en (1); $m - 3 = 10$

$$n = 3$$

Luego "m.n" = 39

9. Calcula la suma de valores de "a" y "b" si se sabe que el siguiente sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.

$$ax + y = 8$$

$$x + by = 9$$

10. Calcula "n" si el siguiente sistema de ecuaciones es inconsistente.

$$(n + 3)x - (n - 5)y = 4$$

$$3x + 5y = 2$$

11. Determina la relación correcta entre "a" y "α" si el siguiente sistema de ecuaciones lineales tiene solución única.

$$ax + \alpha y = 17$$

$$\alpha x + ay = 8$$

UNI

12. Al resolver el sistema se obtuvo como conjunto solución (2;3):

Calcula: "m + n" si

$$(m + 1)x + (y + 1)n = 8$$

$$(x + 1)m + (n + 1)y = 9$$

Resolución

$$\begin{aligned} \Rightarrow m + 2n = 3 & \downarrow (-) \\ \underline{m + n = 2} & \downarrow (-) \\ n = 1 \wedge m = 1 & \end{aligned}$$

$$\therefore m + n = 2$$

13. Calcula "m.n" si al resolver el sistema se obtuvo como conjunto solución (2;1).

$$mx + ny = 5$$

$$m(x - 1) + n(y - 2) = 1$$

14. Calcula el valor de "y" al resolver el sistema:

$$xz = 250$$

$$(x + y)x = 1000$$

$$(x + y)z = 100$$

