



# Materiales Educativos GRATIS

## ALGEBRA

## CUARTO

# ECUACIONES Y SISTEMAS LINEALES

### ECUACIÓN

Es la igualdad entre dos expresiones matemáticas, en la que se puede reconocer por lo menos una variable.

#### Ejemplo:

$$5x + 2 = 4x + 8$$

→  $5x + 2 = 4x + 8$  es falsa si  $x = 0$

→  $5x + 2 = 4x + 8$  es verdadero si  $x = 6$

#### Solución de una ecuación

Es el valor que toma la variable y que hace que la ecuación se verifique (sea verdadera)

#### Ejemplo:

$x = 6$  es solución de la ecuación:

$$5x + 2 = 4x + 8$$

$$\text{Ya que: } 5(6) + 2 = 4(6) + 8 \\ 32 = 32$$

### CONJUNTO SOLUCIÓN (C.S.)

Es el conjunto formado por las soluciones de la ecuación.

#### Ejemplo:

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

Se verifica para  $x = 6$ ;  $x = 1$

#### Luego:

Conjunto solución: C.S. =  $\{1; 6\}$

### ECUACIÓN LINEAL O DE PRIMER GRADO

Es la ecuación que al ser reducida se obtiene como mayor exponente de la variable a 1.

#### Ejemplo:

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - x + 8$$

$$2x + 1 = -x + 8$$

$$3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

#### Forma general:

$$ax + b = 0; a \neq 0$$

#### Clasificación

Por el tipo de conjunto solución, se clasifican de la siguiente manera:

##### a) Compatible determinada

Cuando posee una única solución.

#### Ejemplo:

$$5x - 1 = 9$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

##### b) Compatible indeterminada

Cuando posee infinitas soluciones.

#### Ejemplo:

$$5(x+1) = 4x + x + 5$$

$$5x + 5 = 5x + 5$$

$$5 = 5 \text{ (verdadera)}$$

Tiene infinitas soluciones.

$$* x = 0 \Rightarrow 5 = 5$$

$$* x = -1 \Rightarrow 5 = 5$$

$$* x = 4 \Rightarrow 5 = 5$$

$$\therefore \text{C.S.} = \mathbb{R}$$

##### c) Incompatible o inconsistente

Cuando no tiene solución.

#### Ejemplo:

$$7(x - 1) = 3x + 4x + 2$$

$$7x - 7 = 7x + 2$$

$$-7 = 2 \text{ (falsa)}$$

Luego la ecuación no tiene solución:

$$\text{C.S.} = \emptyset$$

## ANÁLISIS DE COMPATIBILIDAD

Sea:

$$ax + b = 0$$

- Compatible determinada:  $a \neq 0 \wedge b \in \mathbb{R}$
- Compatible indeterminada:  $a = 0 \wedge b = 0$
- Incompatible o inconsistente:  $a = 0 \wedge b \neq 0$



## SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Un sistema es un conjunto de ecuaciones con dos o más variables. Se llama sistema lineal de ecuaciones porque está compuesto por ecuaciones de primer grado.

**Ejemplo:**

$$\begin{aligned} 5x + y &= 4 \\ x - y &= 14 \end{aligned}$$



## CONJUNTO SOLUCIÓN

Está formado por pares ordenados  $(x_0; y_0)$  que verifican las dos ecuaciones simultáneamente.

**Por ejemplo:** C.S. =  $\{(3; -11)\}$  es el conjunto solución del ejemplo anterior.

**Forma general:**

$$ax + by = c$$

$$mx + ny = p$$

Donde:  $x; y$  son variables.

$\{a, b, c, m, n, p\}$  son coeficientes.

**Análisis de compatibilidad**

$$ax + by = c$$

$$mx + ny = p$$

- Sistema compatible determinado:  
Posee única solución. Se cumple lo siguiente:

$$\frac{a}{m} \neq \frac{b}{n}$$

- Sistema compatible indeterminado  
Posee infinitas soluciones. Se cumple lo siguiente:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

- Sistema incompatible o inconsistente  
No tiene solución. Se cumple lo siguiente:

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}$$

## TRABAJANDO EN CLASE

**Integral**

1. Resuelve:  $\frac{4x-1}{5} - \frac{2x+1}{3} = \frac{x-1}{2}$

2. Resuelve:  $-x + 3(x-7) = 2x + 8$

3. Resuelve:  $5 - 4(3x-2) = 5(-2x+3) - 2(x+1)$

**PUCP**

4. Resuelve:

$$\frac{5}{x} + \frac{1}{y} = \frac{17}{6} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 3 \dots\dots\dots(2)$$

**Resolución:**

Eliminamos la variable "y" para esto multiplicamos por (-6) a la ecuación (1) y después sumamos ambas ecuaciones.

$$\left(\frac{5}{x} + \frac{1}{y} = \frac{17}{6}\right)(-6) \Rightarrow \frac{-30}{x} - \frac{6}{y} = -17 \downarrow (+)$$

$$\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 3$$

$$\frac{2}{x} + \frac{6}{y} = 3$$

$$\frac{-28}{x} = -14$$

$$\Rightarrow x = +2$$

Luego, reemplazamos en (2)

Tenemos:  $\frac{2}{2} + \frac{6}{y} = 3 \Rightarrow y = 3 \therefore \text{C.S.} = \{(2; 3)\}$

5. Resuelve:

$$\frac{10}{x} + \frac{9}{y} = 2$$

$$\frac{7}{x} - \frac{6}{y} = \frac{11}{2}$$

6. ¿Cuál es el valor de "b", para obtener  $x = 5y$ ?

$$x - 2y = b - 2$$

$$2x + y = b + 1$$

7. Calcula "a" si la siguiente ecuación es inconsistente:

$$3ax + 2 + 5x = 8(x - 2)$$

### UNMSM

8. Calcula "m.n" si el siguiente sistema de ecuaciones es compatible indeterminado:

$$(m - n)x - (3n - m)y = 2$$

$$5x + 2y = 1$$

**Resolución:**

Compatible indeterminada:

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{m-n}{5} = \frac{2}{1} &\rightarrow m-n=10 & \dots(1) \\ \rightarrow \frac{-3n+m}{2} = \frac{2}{1} &\rightarrow \underline{-3n+m=4} & \dots(2) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \rightarrow \frac{m-n}{5} = \frac{2}{1} \\ \rightarrow \frac{-3n+m}{2} = \frac{2}{1} \end{aligned}} \right\} (I) - (II)$$

$$2n = 6$$

$$n = 3$$

Reemplazando en (1);  $m - 3 = 10$   
 $n = 3$

Luego "m.n" = 39

9. Calcula la suma de valores de "a" y "b" si se sabe que el siguiente sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.

$$ax + y = 8$$

$$x + by = 9$$

10. Calcula "n" si el siguiente sistema de ecuaciones es inconsistente.

$$(n + 3)x - (n - 5)y = 4$$

$$3x + 5y = 2$$

11. Determina la relación correcta entre "a" y "α" si el siguiente sistema de ecuaciones lineales tiene solución única.

$$ax + \alpha y = 17$$

$$\alpha x + ay = 8$$

### UNI

12. Al resolver el sistema se obtuvo como conjunto solución (2;3):

Calcula: "m + n" si

$$(m + 1)x + (y + 1)n = 8$$

$$(x + 1)m + (n + 1)y = 9$$

**Resolución**

$$\Rightarrow m + 2n = 3 \quad \downarrow (-)$$

$$\frac{m + n = 2}{n = 1 \wedge m = 1}$$

$$\therefore m + n = 2$$

13. Calcula "m.n" si al resolver el sistema se obtuvo como conjunto solución (2;1).

$$mx + ny = 5$$

$$m(x - 1) + n(y - 2) = 1$$

14. Calcula el valor de "y" al resolver el sistema:

$$xz = 250$$

$$(x + y)x = 1000$$

$$(x + y)z = 100$$

