ECUACIONES LOGARITMICAS

ECUACIONES LOGARITMICAS

Son aquellas ecuaciones en el cual la incógnita está afectada por el operador logarítmico. Para resolver este tipo de ecuaciones se debe seguir las siguientes recomendaciones:

- Analizar la existencia de las expresiones logarítmicas; es decir, ver que el número a quien se le aplica el logaritmo y la base cumplan las condiciones planteadas en la definición.
  Es decir $\text{Log}_b x \Rightarrow x > 0 \wedge b > 0 \wedge b \neq 1$.
- Si no se plantea la recomendación anterior, entonces los valores obtenidos para la incógnita se deben verificar en la ecuación original.

Observación:

Los logartimos más usuales son:

- $\text{Log } 2 = 0.301$
- $\text{Log } 3 = 0.477$
- $\text{Log } e = 0.434$
- $\text{Ln} 1\ 0 = 2.303$

COLOGARITMO

$$\boxed{\text{Colog}_b x = -\text{Log}_b x}$$

ANTILOGARITMO

$$\boxed{\text{AntiLog}_b x = b^x}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcular «x» en: $\text{Log}(5x) = a$; $\text{Log}(x - 1) = b$ y además: $a - b = 1$.

2. Resolver: $\sqrt{\text{Log}x} = \text{Log}\sqrt{x}$

3. Si «α» es solución de la ecuación:
$$\text{Log}_{x+4}(5 - x) = \text{Log}_{x+4}(x^2 - 1)$$
Hallar: $\alpha^{\alpha+1}$.

PUCP

4. Siendo: $x > 1$, resolver $\text{Log}_a\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}} = m$.

Resolución:

Por definición del logaritmo: $\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}} = a^m$.

Elevando al cuadrado miembro a miembro:
$$\frac{x+1}{x-1} = a^{2m}$$

Aplicando propiedad de proporciones:
$$\frac{2x}{2} = \frac{a^{2m}+1}{a^{2m}-1} \rightarrow x = \frac{a^{2m}+1}{a^{2m}-1}$$

5. Siendo: $x > 1$, resolver:
$$\text{Log}_{\left(\frac{m+1}{m-1}\right)}\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2$$
Calcule $S = m(2x - m)$.

6. Al resolver la ecuación: $\text{Log}_x(x^3 + 5x - 6) = 3$, se obtiene como solución x_0, halle: $\text{Log}_5(x_0 - 1)$.

7. Dada la ecuación: $x^{\text{Log}x} - \dfrac{100}{x} = 0$, indique el producto de sus soluciones.

UNMSM

8. Resuelva:
$$\text{Log}_{x+5}(4 - x) = \text{Log}_{x+5}(x^2 + 2x)$$

Resolución:

Por la definición del logaritmo:
$x + 5 > 0 \wedge x + 5 \neq 1 \wedge 4 - x > 0 \wedge x^2 + 2x > 0$

Luego tenemos:

$$4 - x = x^2 + 2x \Rightarrow (x + 4)(x - 1) = 0$$
$$x = -4 \vee x = 1$$

Se observa que $x = 1$ es el único valor que verifica las condiciones iniciales:

$$\therefore\ x = 1$$

9. Resuelva:

$$\text{Log}_{2x}(9 - 2x) = \text{Log}_{2x}(2x - 5) + \text{Log}_{2x}(2x - 3)$$

10. Resolver:

$$\text{Log}_2^2(x - 1)^2 - \text{Log}_{0,5}(x - 1) = 5$$

11. El logaritmo de N en base 5, es el mismo que el logaritmo de M en base $\sqrt{5}$. Si: $M + N = \frac{3}{4}$. Hallar: $\frac{M}{N}$.

UNI

12. Resolver:

$$\sqrt{\text{CoLog}x} + \text{Log}\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

Resolución:

Mediante propiedades, tenemos:

$$\sqrt{-\text{Log}x} + \frac{1}{2}\text{Log}x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{-\text{Log}x} = \frac{1}{2}(1 - \text{Log}x)$$
$$-\text{Log}x = \frac{1}{4}(1 - \text{Log}x)^2 \Rightarrow \text{Log}^2x + 2\text{Log}x + 1 = 0$$
$$(\text{Log}x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \text{Log}x = -1 \Rightarrow x = 10^{-1} = 0,1$$

13. Resolver:

$$\sqrt{\text{Log}x^4} + \text{coLog}(10x) = 0$$

14. Resolver:

$$x + \text{Log}(1 + 2^x) = x\text{Log}5 + \text{Log}72$$