



# Materiales Educativos GRATIS

## ALGEBRA

## QUINTO

# ECUACIONES LINEALES

### ¿Qué es una ecuación?

Es una igualdad entre dos expresiones matemáticas donde se puede reconocer por lo menos una variable, por ejemplo:

$$5x - 4 = 2x + 5$$

### Solución de una ecuación

Es el valor que toma la incógnita y que hace verificar la igualdad.

Ejemplo:  $5x - 4 = 2x + 5$

Si  $x = 1$   $5(1) - 4 = 2(1) + 5$  .... (F)

Si  $x = 3$   $5(3) - 4 = 2(3) + 5$  .... (V)

### Conjunto solución

Es el conjunto formado por las soluciones de una ecuación.

$$5x - 4 = 2x + 5$$

Solo se verifica para  $x = 3$

Por lo tanto: C.S. = {3}

## ECUACIÓN LINEAL DEL PRIMER GRADO

Forma general:

$$Ax + B = 0; A \neq 0$$

Donde:

$$x = -\frac{B}{A} \Rightarrow \text{C.S.} = \left\{ -\frac{B}{A} \right\}$$

### Clasificación de las ecuaciones lineales

$2x - 8 = 5$ $2x = 13$ $x = 13/2$ C.S. = {13/2} Ecuación compatible determinada	$5x - 3 = 5x - 3$ $-3 = -3$ (verdad) C.S. = $\mathbb{R}$ Ecuación compatible indeterminada
$11x - 1 = 11x + 1$ $-1 = 1$ (absurdo) C.S. = $\emptyset$ Ecuación incompatible o inconistente	

### Análisis de compatibilidad

La forma que se busca es: $AX = B$	
Si me dicen que la ecuación es compatible determinada	Si me dicen que la ecuación es compatible indeterminada
Se cumple: $A \neq 0 \wedge B \in \mathbb{R}$	Se cumple: $A = 0 \wedge B = 0$
Si me dicen que la ecuación es incompatible o inconistente	
Se cumple: $A = 0 \wedge B \neq 0$	

## SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Es un conjunto de ecuaciones lineales, con dos o más incógnitas que se verifican de manera simultánea para un determinado conjunto de valores que toman dichas incógnitas.

Ejemplo:  $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

Es un sistema lineal que se verifica para:

$$x = 3 \wedge y = 1$$

Por lo tanto: C.S. = {(3;1)}

Forma general:  $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$

### Análisis de compatibilidad

Sistema compatible determinado $\frac{a}{m} \neq \frac{b}{n}$	Sistema compatible indeterminado $\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$
Sistema incompatible o inconistente $\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}$	

## TRABAJANDO EN CLASE

### Integral

1. Si:

$$\frac{4x-2}{3} - \frac{x+13}{12} = 6x + \frac{5(x+1)}{4}$$

Halle:  $x^2 - \frac{1}{4}$

(CEPREPUC 2013)

2. Resuelve:

$$10(x-9) - 8(5-x) = 2(4x-1) + 5(1+2x)$$

3. Resuelve:

$$3x - (2x-1) = 7x - (3+5x) + (4-x)$$

### PUCP

4. Resuelve la ecuación lineal:

$$(2m+5)x^2 + 3mx - 1 = -x^2 + 8$$

#### Resolución:

Como nos dan de dato que la ecuación es de primer grado, entonces se debe cancelar el término cuadrático.

Veamos:

$$(2m+5)x^2 + 3mx - 1 = -x^2 + 8$$

$$2m+5 = -1 \rightarrow m = -3$$

Pero como resolver significa calcular el valor de "x", entonces reemplazamos el valor de "m" en la ecuación:

$$-x^2 - 9x - 1 = -x^2 + 8$$

$$-9x = 9$$

$$\therefore x = -1$$

5. Resuelve la ecuación de primer grado:

$$(p-1)x^2 - px + 7 - 3x^2 = x^2 - 2x + p$$

6. Calcula "a + b" si la ecuación:

$$5ax - 3b = 2x + a$$

Es compatible indeterminada.

(CEPREPUC 2013)

7. Si:

$$2x + y = 8$$

$$x + 2y = 10$$

Halle  $x^2 + y^2$

### UNMSM

8. ¿Para qué valores a y b el sistema tiene infinitas soluciones?

$$\begin{cases} ax + y = 8 \\ x + by = 9 \end{cases}$$

Da como respuesta la suma de valores encontrados.

(UNMSM 2004 - I)

#### Resolución:

Como el sistema de ecuaciones lineales es compatible indeterminado, se cumple:

$$\frac{a}{1} = \frac{1}{b} = \frac{8}{9}$$

Entonces:

$$a = \frac{8}{9} \text{ y } \frac{1}{b} = \frac{8}{9} \rightarrow b = \frac{9}{8}$$

Por lo tanto:

$$a + b = \frac{8}{9} + \frac{9}{8} = \frac{145}{72}$$

9. Determina el valor de "a . b" de modo que el sistema

$$\begin{cases} 6x - (a-2)y = 3 \\ (2-b)x + 5y = 2 \end{cases}$$

Tenga infinitas soluciones.

10. Si el par (1, a) es solución del sistema

$$\begin{cases} 3x - y = k \\ 5x + y = k - 2 \end{cases}$$

Halla el valor de "a"

(UNMSM 2011 - I)

11. En el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} ax - by = 4 \\ (a+b)x + (a-b)y = 11 \end{cases}$$

Halla la suma de valores de a y b para que la solución sea  $x = 3$  e  $y = 2$

(UNMSM 2010 - I)

### UNI

12. ¿Para qué valores de "a" el sistema es incompatible?

$$\begin{cases} (1+2a)x + 5y = 7 \\ 4y + (2+a)x = 8 \end{cases}$$

(CEPRE UNI 2012)

**Resolución:**

Ordenando el sistema:

$$(1 + 2a)x + 5y = 7$$

$$(2 + a)x + 4y = 8$$

Además el sistema de ecuaciones lineales es incompatible. Si se cumple:

$$\frac{1 + 2a}{2 + a} = \frac{5}{4} \neq \frac{7}{8}$$

Entonces:

$$4 + 8a = 10 + 5a$$

$$3a = 6$$

$$\therefore a = 2$$

**13.** Si el sistema:

$$\begin{cases} (m + 3)x + (2m + 3)y = 24 \\ (m - 3)x - (1 - m)y = 8 \end{cases}$$

No tiene solución, calcula el valor de "m".

**14.** Dado el sistema lineal

$$\begin{cases} 2x + y = n + 3 \\ x + 2y = 3 - n \end{cases}$$

Halla "n" Para que "x" sea el doble de "y".