



# DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCIÓN

### DEFINICIÓN

Una función  $F$  es un conjunto de pares ordenados, donde no existen dos pares ordenados diferentes con la misma primera componente.

Es decir:

$$\text{Si } (a, b) \wedge (a, c) \in F \Rightarrow b = c$$

Ejemplos:

- $F = \{(3; 4), (6; 7), (8; 1)\}$
- $G = \{(5; 2), (3; 6), (7; 5), (5; 2)\}$
- $H = \{(3; 1), (2; 1), (3; 4), (1; 6)\}$

Analizando:

- $F$  es función porque todas sus primeras componentes son diferentes.
- $G$  es función porque se observa que el par ordenado  $(5; 2)$  se repite; es decir:  
 $G = \{(5; 2), (3; 6), (7; 5)\}$   
Todas las primeras componentes son diferentes.
- $H$  no es función porque  $(3; 1) \neq (3; 4)$ ; son pares diferentes que tienen la misma primera componente.

### DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCIÓN

#### A. Dominio

Es el conjunto de todas las primeras componentes de los pares ordenados de la función.

Notación:  $\text{DOM}_F$  o  $D_F$

Ejemplo:

- Dada la función:  
 $G = \{(-3; 1), (5; 7), (2; 4), (-5; -1)\}$   
Su dominio será:  
 $\text{Dom}G = D_G = \{-3; 5; 2; -5\}$

#### B. Rango

Es el conjunto de todas las segundas componentes de los pares ordenados de la función.

Notación:  $\text{RAN}_F = R_F$

Ejemplo:

- Dada la función:  
 $H = \{(1; 7), (-3; 2), (5; 7), (6; -10)\}$   
Su rango será:  
 $\text{Ran}_H = R_H = \{7; 2; -10\}$

#### C. Valores numéricos de una función

Dada la siguiente función:

$$F = \{(-3; 4), (5; 8), (-2; -1), (10; -3)\}$$

Calcula  $F(-3)$ ;  $F(5)$ ;  $F(-2) \wedge F(10)$

Resolución:

Se observa:

$$\begin{array}{cccc}
 F(-3) & F(5) & F(-2) & F(10) \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 F = \{(-3; 4), & (5; 8), & (-2; -1), & (10; -7)\} \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow
 \end{array}$$

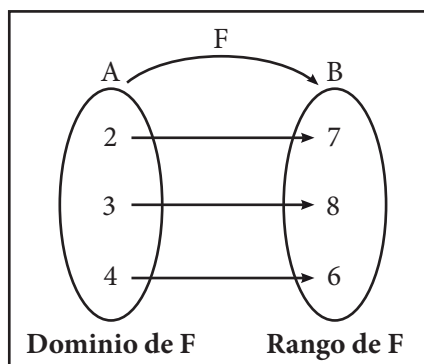
$$\begin{array}{ll}
 F(-3) = 4 & F(5) = 8 \\
 F(-2) = -1 & F(10) = -7
 \end{array}$$

Nos damos cuenta de que dichos valores encontrados son las segundas componentes de la función.

#### D. Representación gráfica de la función

Dados 2 conjuntos  $A$  y  $B$  diferentes del vacío, se dice que la función  $F$  es una aplicación si  $D_F = A \wedge R_F \subseteq B$ ; esto se denota de la siguiente manera:

$F = A \rightarrow B$ ; se lee «función de  $A$  en  $B$ »



Observa que a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento del rango.

Además:

$$\begin{array}{l}
 F(2) = 7; F(3) = 8; F(4) = 6 \\
 F = \{(2; 7), (3; 8), (4; 6)\} \\
 \text{Dom } F = \{2; 3; 4\} \\
 \text{Ran } F = \{7; 8; 6\}
 \end{array}$$

**Nota:**

Ten presente que en una función sí se pueden repetir las segundas componentes.

## Trabajando en clase

### Integral

- Calcula « $x + y$ » si  
 $F = \{(-2; 8), (3; y), (-2; 2x), (3; -1)\}$   
 es función.
- En la siguiente función:  
 $F = \{(\sqrt{2}; 3), (9; 5), (\pi; 3), (0; -3), (-\sqrt{2}; 1), (-\pi; 5)\}$   
 a) Calcula la suma de elementos del dominio.  
 b) Calcula la suma de elementos del rango.
- Si  $G = \{(-8; 4), (\sqrt{5}; -2), (-1; 10)\}$ , calcula:  
 $G(\sqrt{5}) + G(-8) - G(-1)$

### PUCP

- Dada la función:  
 $H = \{(2; 7a - 1), (4; 3b - 5), (2; 13), (4; 10)\}$   
 calcula:  $a^2 - b^2$ .

#### Resolución

Por dato, H es función:

$$(2; 7a - 1) = (2; 13) \Rightarrow 7a - 1 = 13$$

$$7a = 14$$

$$\rightarrow a = 2$$

También:

$$(4; 3b - 5) = (4; 10) \Rightarrow 3b - 5 = 10$$

$$3b = 15$$

$$\rightarrow b = 5$$

Nos piden:  $a^2 - b^2$

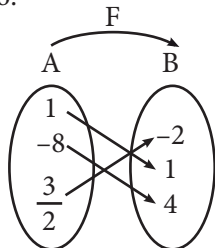
Reemplazando:  $(2)^2 - (5)^2$

operando:  $4 - 25$

$$\therefore a^2 - b^2 = -21$$

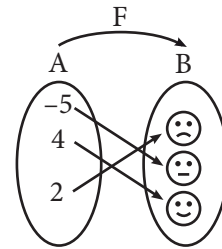
- Dada la función:  
 $I = \left\{ \left( \frac{1}{2}; 3a - 7 \right), (-0,8; 9b - 5), \left( \frac{1}{2}; 2 \right), (-0,8; 13) \right\}$   
 Calcula « $\frac{1}{2}ab$ »

- Según el gráfico:



Calcula:  $A = \frac{F(-8) - F(1)}{F\left(\frac{3}{2}\right)}$

- Dada la función:  $f(x) = 3x - 1$ , calcula el valor de  
 $P = \text{😊} + \text{😞} - \text{😊}$ .



### UNMSM

- Se define la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3; & x \geq 3 \\ x + 1; & x < 3 \end{cases}$$

Calcula:  $f(4) + f(-1)$

#### Resolución

- Calculando:  $f(4)$

$$\hookrightarrow 4 \geq 3$$

$$\Rightarrow f(4) = 2(4) - 3 = 8 - 3$$

$$f(4) = 5$$

- Calculando  $f(-1)$

$$\hookrightarrow -1 < 3$$

$$\Rightarrow f(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$f(-1) = 0$$

Nos piden:  $f(4) + f(-1)$

Reemplazando:  $5 + 0$

$$\therefore f(4) + f(-1) = 0$$

- Se define la función:

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 3; & x > 1 \\ 2x + 3; & x \leq 1 \end{cases}$$

Calcula:  $f(2) + f(0)$

- Si  $(2; 6)$  pertenece a la función:

$$f(x) = x + b.$$

calcula  $b^3$ .

- Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + a; & x < 2 \\ 2x + b; & x \geq 2 \end{cases}$$

además:  $f(6) = 9 \wedge f(1) = 3$

Determina el valor de  $b^a$ .

## UNI

12. Dada la función:

$$F = \{(3; 25), (m; 6), (5; -2), (3; m^2)\}$$

Calcula la suma de elementos del dominio de F.

Resolución:

❖ Como F es función, entonces:

$$(3; 25) = (3; m^2) \Rightarrow 25 = m^2$$

$$\pm 5 = m$$

tenemos 2 posibles valores para «m».

Si  $m = 5$ , entonces:

$$F = \{(3; 25), (5; 6), (5; -2)\}$$

$$(5; 6) \neq (5; -2) \Rightarrow \text{No es función}$$

Si  $m = -5$

$$F = \{(3; 25), (-5; 6), (5; -2)\}$$

$\Rightarrow$  F es función

Ahora:  $\text{Dom}F = \{3; -5; 5\}$

Nos piden:  $3 + -5 + 5$

$\therefore \Sigma$  elementos del  $\text{Dom}F = 3$

13. Calcula el producto de los elementos del dominio de la función:

$$F = \{(1; 4), (a; 3), (2; 5), (1; a^2)\}$$

14. Dada la función:

$$F = \{(5; 6), (-2; 3a), (a^3 - 3; b), (-2; a + 4)\}$$

Calcula:  $a + 2b$ .