DOMINIO DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Definición de función

Se dice que «y» es una función de «x»; si a cada valor de «x» le corresponde un único valor de «y».

La correspondencia entre estas dos variables se expresa matemáticamente por medio de una ecuación denominada regla de correspondencia la cual se denota de la siguiente forma y = f(x); esto es:

$$FT = \{(x; y) \,/\, y = R.T.(x);\ x \in D(F.T.)$$

Por ejemplo:

$$FT(Seno) = \{(x;y)/y = Sen(x);\ x \in D(Sen)\}$$

Si queremos algunos pares ordenados:

$$FT(seno) = \left\{(0;0) \,/ \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) / \left(\frac{\pi}{2}; 1\right) / \ ......\right\}$$

Dominio de una función

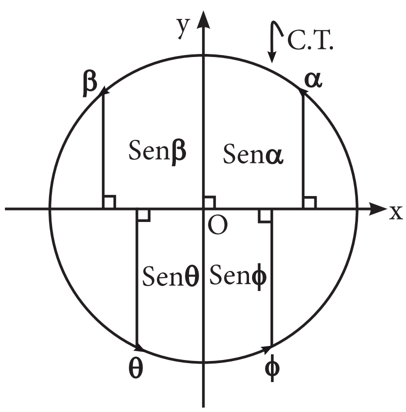
Son aquellos valores que admite la variables independiente, la cual se denota por Domf o Df.

Calculo del dominio de una función

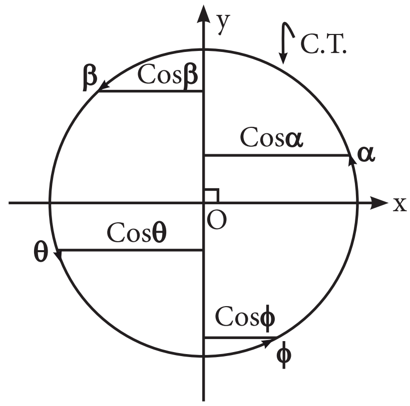
Para calcular el dominio de una función tenemos que tener en cuenta las siguientes consideraciones.

1. Recordar las líneas trigonométricas de las razones trigonométricas (seno y coseno); esto es:

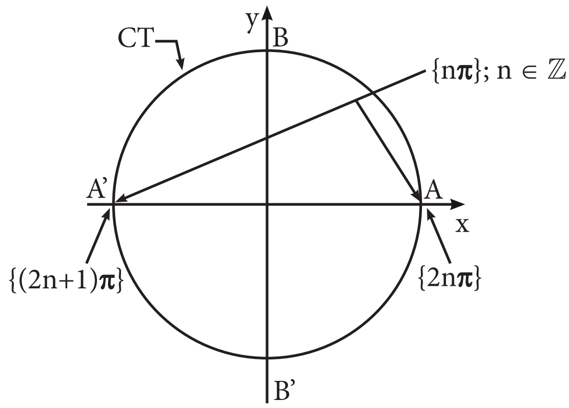
   ❖ Seno

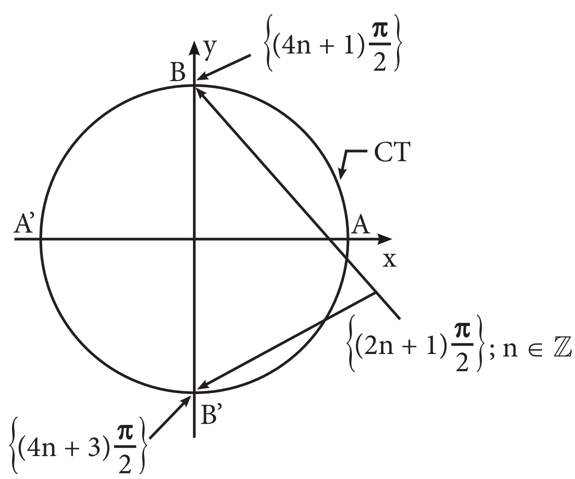


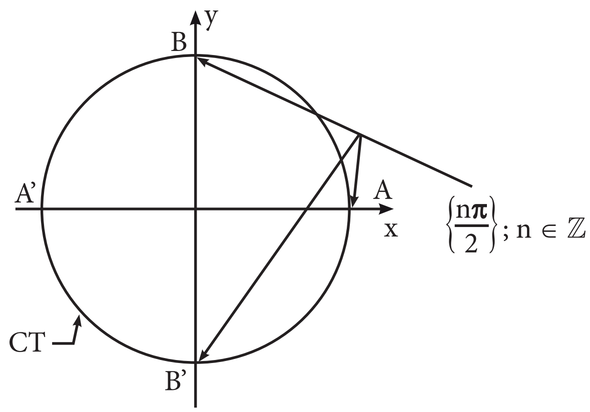
   ❖ Coseno



2. Tener en cuenta las formas generales de arcos referentes:







Ejemplo:
Si nos pidiesen hallar «β» que cumpla:
Sen$\beta = 0 \Rightarrow$ «β» tiene su extremo en A o A' $\therefore \beta = n\pi$; $n \in \mathbb{Z}$
Sen$\beta = -1 \Rightarrow$ «β» tiene su extremo en B' $\therefore \beta = (4n+3)\frac{\pi}{2}$; $n \in \mathbb{Z}$
Cos$\beta = 0 \Rightarrow$ «β» tiene su extremo en B o B' $\therefore \beta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$; $n \in \mathbb{Z}$
Sen$2\beta = 0 \Rightarrow$ «β» tiene su extremo en A o A' $\therefore 2\beta = n\pi$; $\beta = \frac{n\pi}{2}$; $n \in \mathbb{Z}$

Trabajando en clase

Integral

1. Halla los valores de «x» para que se cumpla: Senx = 0.

2. Calcula los valores de «x» para la cual se cumple que: Cosx = –1.

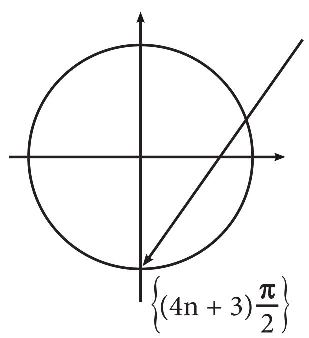
3. Para que valores de «x» se cumple que: Senx = 1.

Católica

4. Halla los valores de «x» para lo cual se cumpla que:

$$\text{Sen}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$$

Resolución:
En la CT:



$\text{Sen}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$
Luego:

$$2x + \frac{\pi}{3} = (4n+3)\frac{\pi}{2}$$

$$2x = (4n+3)\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore x = \left\{(4n+3)\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right\}; n \in \mathbb{Z}$$

5. Halla los valores de «x» en los cuales se cumpla que:

$$\text{Cos}\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

6. Señala verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si Senx = 1 $\rightarrow x = \left\{(4n+1)\frac{\pi}{2}\right\}$; $n \in \mathbb{Z}$ ( )

II. Si Cos2x = 0 $\rightarrow x = \left\{(n+1)\frac{\pi}{4}\right\}$; $n \in \mathbb{Z}$ ( )

III. Si SenxCosx $= -\frac{1}{2} \rightarrow x = \left\{(4n+3)\frac{\pi}{2}\right\}$; $n \in \mathbb{Z}$ ( )

7. Halla los valores de «x» para los cuales se cumple que:

$$\text{Senx Cosx Cos2x Cos4x} = -\frac{1}{8}$$

UNMSM

8. Determina el dominio de la función:

$$y = F(x) = \text{Senx} + 2$$

Resolución

Por la regla de correspondencia de la función, se observa que no hay que restringir en la función F(x) luego; $y = F(x) = \text{senx} + 2$.

$$\therefore\ x \in \mathbb{R}$$

9. Determina el dominio de la función:

$$y = F(x) = \frac{\text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{2} - 4$$

10. Determinar el dominio de la función:

$$y = F(x) = \frac{2\text{Sen}2x + 4}{\text{Senx} + 1}$$

11. Determina el dominio de la función:

$$y = G(x) = \frac{\text{Senx} + 1}{\text{Cos}3x - 1};\ (n \in \mathbb{Z})$$

UNI

12. Dada la función __________ $F(x) = 3\text{Tan}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 4\text{Sec}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$; $n \in \mathbb{Z}$. Determina su dominio.

Resolución

De la función $y = F(x) = 3\text{Tan}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 4\text{Sec}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

Convirtiendo todo a senos A cosenos, se tiene:

$$y = F(x) = \frac{3\text{Sen}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{\text{Cos}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)} - 4 \cdot \frac{1}{\text{Cos}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}$$

$$y = F(x) = \frac{3\text{Sen}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 4}{\text{Cos}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}$$

Ahora restringimos el denominador:

$$\text{Cos}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \rightarrow 2x + \frac{\pi}{3} \neq (2n+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow 2x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$$

$$x \neq (2n+1)\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \rightarrow x \neq \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \rightarrow x \neq \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{12}$$

$$x \neq (6n + 1)\frac{\pi}{12}$$

Luego:

$$x \in \mathbb{R} - \left\{(6n + 1)\frac{\pi}{12}\right\};\ n \in \mathbb{Z}$$

13. Dada la función F, definida por:

$$y = F(x) = 4\text{Cot}\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) + \text{Csc}\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right)$$

14. Determina el dominio de la función:

$$y = F(x) = \frac{\text{Cosx} + 2}{\text{Sen}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1}$$