



Materiales Educativos GRATIS

ARITMETICA

CUARTO

DIVISOR Y MULTIPLIO DE UN NÚMERO

Recordemos:

$$\text{Mul}(2) = \{0; 2; 4; 6; 8; \dots\}$$

$$\text{Div}(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$$

DIVISOR

Un número es divisor de otro si la división del primero por el segundo es exacta.

MÚLTIPLO

Un número es múltiplo de otro si el segundo es el producto del primero por un entero.

Ejemplos:

1. Calcula la suma de los 7 primeros múltiplos de 6 (solo naturales).

$$m(6) = \{0; 6; 12; 18; 24; 30; 36\}$$

$$\begin{aligned} \text{Suma} &= 0+6+12+18+24+30+36 \\ &= 6(1+2+3+4+5+6) \end{aligned}$$

$$= 6\left(\frac{6 \times 7}{2}\right) = 126$$

2. Calcula los divisores de 24 que sean múltiplos de 3.

$$\text{Div}(24) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$$

$$\text{Rpta.: } 3; 6; 12; 24$$

Lectura

$$A = \overset{\circ}{B} = BK = m(B)$$

A es múltiplo de B

A es módulo de B

B es divisor de A

A es divisible entre B

B es factor de A

$$K \in \mathbb{Z}$$

Propiedades

1. $\overset{\circ}{n} \pm \overset{\circ}{n} \pm \overset{\circ}{n} \pm \dots \pm \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{0} + \overset{\circ}{14} - \overset{\circ}{21} + \overset{\circ}{49} = \overset{\circ}{49} \\ & \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} - \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} = \overset{\circ}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \overset{\circ}{3} - \overset{\circ}{6} + \overset{\circ}{18} = \overset{\circ}{15} \\ & \overset{\circ}{3} - \overset{\circ}{3} + \overset{\circ}{3} = \overset{\circ}{3} \end{aligned}$$

2. $(\overset{\circ}{n} \pm R)^x = \overset{\circ}{n} \pm R^x$

Ejemplos:

$$\text{a) } (\overset{\circ}{5} + 3)^2 = \overset{\circ}{5} + 3^2 = \overset{\circ}{5} + 9$$

$$\text{b) } (\overset{\circ}{6} - 2)^3 = \overset{\circ}{6} - 2^3 = \overset{\circ}{6} - 8$$

3. $(\overset{\circ}{n} \pm a)(\overset{\circ}{n} \pm b) \dots (\overset{\circ}{n} \pm x) = \overset{\circ}{n} + (\pm a)(\pm b)(\pm c) \dots (\pm x)$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{a) } & (\overset{\circ}{7} + 2)(\overset{\circ}{7} + 3)(\overset{\circ}{7} - 8) = \\ & \overset{\circ}{7} + (2)(3)(-8) = \\ & \overset{\circ}{7} - 48 \end{aligned}$$

4. Si $x = \overset{\circ}{a} \pm R$
 $x = \overset{\circ}{b} \pm R$
 $x = \overset{\circ}{c} \pm R$
 $\longrightarrow x = \frac{\overset{\circ}{\text{MCM}(a; b; c)}}{\overset{\circ}{\text{MCM}(a; b; c)}} \pm R$

Ejemplo:

$$\text{a) } x = \overset{\circ}{5} + 2$$

$$x = \overset{\circ}{3} + 2$$

$$\longrightarrow x = \frac{\overset{\circ}{\text{MCM}(3; 5)}}{\overset{\circ}{\text{MCM}(3; 5)}} + 2$$

$$x = \overset{\circ}{15} + 2$$

Recuerda

1. «El residuo es menor que el divisor»

Ejemplo:

$$Q = \overset{\circ}{7} + 12$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 1} \\ \hline 5 \end{array} \rightarrow Q = \overset{\circ}{7} + (\overset{\circ}{7} + 5)$$

$$Q = \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + 5$$

$$Q = \overset{\circ}{7} + 5$$

$$S = \overset{\circ}{10} - 21$$

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 10} \\ 20 \overline{) 2} \\ \hline 1 \end{array} \rightarrow S = \overset{\circ}{10} - (\overset{\circ}{10} + 1)$$

$$S = \overset{\circ}{10} - \overset{\circ}{10} - 1$$

$$S = \overset{\circ}{10} - 1$$

$$2. \quad \boxed{Rd + Re = d}$$

Rd = residuo por defecto

Re = residuo por exceso

d = divisor (módulo)

Ejemplo:

$$P = \overset{\circ}{7} + 4 = \overset{\circ}{7} - 3$$

$$S = \overset{\circ}{10} - 2 = \overset{\circ}{10} + 8$$

$$Q = \overset{\circ}{12} + 3 = \overset{\circ}{12} - 9$$

$$R = \overset{\circ}{6} - 6 = \overset{\circ}{6} + 4$$

Trabajando en clase

Integral

- Calcula la suma de los 24 primeros múltiplos enteros positivos de 4.
- ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 5?
- Desde el 23 hasta el 738, ¿cuántos números son múltiplos de 8?

PUCP

- ¿Cuántos enteros divisibles por 3 y por 7 hay entre 100 y 250?

Resolución:

$$100 < \overset{\circ}{21} < 250$$

$$\frac{100}{21} < \frac{21k}{21} < \frac{250}{21}$$

$$4 < k < 11$$

$$k = 5; 6; 7; 8; 9; 10$$

Rpta.: 6

- ¿Cuántos enteros divisibles por 4 y por 9 hay entre 95 y 450?

- Calcula A . B . C:

$$\text{Si } A = (\overset{\circ}{7} + 4); B = (\overset{\circ}{7} + 3) \text{ y } C = (\overset{\circ}{7} + 2)$$

- Si $18A = (\overset{\circ}{7} + 2)$; con A entero. Entonces A necesariamente es:

UNMSM

- En una reunión de trabajadores, se observa que la quinta parte son solteros; si se nombran comisiones de 7 personas, sobrarían 3 de ellas, sin pertenecer a alguna. Además, en una votación entre dos propuestas todos votaron y resultó empate. Calcula cuántas personas hay si está comprendida entre 200 y 300.

Resolución:

$$\text{Total: } \overset{\circ}{5} = T$$

$$\Rightarrow 200 < T < 300$$

$$T = \overset{\circ}{7} + 3$$

$$T = \overset{\circ}{2}$$

$$\rightarrow T = \overset{\circ}{2}$$

$$T = \overset{\circ}{5}$$

$$T = \overset{\circ}{7} + 3 + 77$$

$$\left. \begin{array}{l} T = \overline{\text{MCM}(2;5)} \\ T = \overset{\circ}{10} + 80 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow T &= 10 + 80 \\ T &= 7 + 80 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} T = \overline{\text{MCM}(0;7)} + 80 \\ T = 70 + 80 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 200 < T < 300 \\ T &= 290 \end{aligned}$$

9. En una escuela, se observa que la cuarta parte de alumnos usan lentes, si la profesora de educación los agrupa de 5, sobrarían 3 alumnos, además la tercera parte son varones ¿cuántos alumnos hay en la escuela, si está comprendida entre 40 y 50?
10. Daniel agrupaba sus canicas de 6 en 6, de 8 en 8 y de 10 en 10, y siempre faltaba una para formar un grupo más. ¿Cuántas canicas tiene si es una cantidad máxima pero menor que 500?
11. En un evento deportivo al que asistieron a lo más 200 personas, se observa que la quinta parte de los señores come helado. Si las señoras representan la octava parte de los señores y los niños representan la tercera parte de las señoras, ¿cuántos niños, como máximo, asistieron?

UNI

12. Si en una división el divisor es $(11 + 3)$ el cociente es $(11 + 8)$ y el resto es $(11 - 2)$, ¿de qué forma es el dividendo?

Resolución:

$$\boxed{D = d \times q + R}$$

$$D = (11 + 3)(11 + 8) + (11 - 2)$$

$$D = 11 + 24 + 11 - 2$$

$$D = 11 + 22$$

$$D = 11$$

13. Si en una división, el divisor es $(13 + 4)$, el resto es $(13 + 5)$ y el divisor es $(13 + 7)$ ¿de qué forma es el dividendo?
14. Calcula el residuo que resulta al dividir la suma de los 100 primeros números naturales, entre 4.