



# DIVISOR Y MULTIPLIO DE UN NÚMERO

Recordemos:

$$\text{Mul}(2) = \{0; 2; 4; 6; 8; \dots\}$$

$$\text{Div}(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$$

### DIVISOR

Un número es divisor de otro si la división del primero por el segundo es exacta.

### MÚLTIPLO

Un número es múltiplo de otro si el segundo es el producto del primero por un entero.

Ejemplos:

1. Calcula la suma de los 7 primeros múltiplos de 6 (solo naturales).

$$m(6) = \{0; 6; 12; 18; 24; 30; 36\}$$

$$\begin{aligned} \text{Suma} &= 0+6+12+18+24+30+36 \\ &= 6(1+2+3+4+5+6) \end{aligned}$$

$$= 6\left(\frac{6 \times 7}{2}\right) = 126$$

2. Calcula los divisores de 24 que sean múltiplos de 3.

$$\text{Div}(24) = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$$

$$\text{Rpta.: } 3; 6; 12; 24$$

### Lectura

$$A = \overset{\circ}{B} = BK = m(B)$$

A es múltiplo de B

A es módulo de B

B es divisor de A

A es divisible entre B

B es factor de A

$$K \in \mathbb{Z}$$

### Propiedades

1.  $\overset{\circ}{n} \pm \overset{\circ}{n} \pm \overset{\circ}{n} \pm \dots \pm \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{0} + \overset{\circ}{14} - \overset{\circ}{21} + \overset{\circ}{49} = \overset{\circ}{49} \\ & \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} - \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} = \overset{\circ}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \overset{\circ}{3} - \overset{\circ}{6} + \overset{\circ}{18} = \overset{\circ}{15} \\ & \overset{\circ}{3} - \overset{\circ}{3} + \overset{\circ}{3} = \overset{\circ}{3} \end{aligned}$$

2.  $(\overset{\circ}{n} \pm R)^x = \overset{\circ}{n} \pm R^x$

Ejemplos:

$$\text{a) } (\overset{\circ}{5} + 3)^2 = \overset{\circ}{5} + 3^2 = \overset{\circ}{5} + 9$$

$$\text{b) } (\overset{\circ}{6} - 2)^3 = \overset{\circ}{6} - 2^3 = \overset{\circ}{6} - 8$$

3.  $(\overset{\circ}{n} \pm a)(\overset{\circ}{n} \pm b) \dots (\overset{\circ}{n} \pm x) = \overset{\circ}{n} + (\pm a)(\pm b)(\pm c) \dots (\pm x)$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \text{a) } & (\overset{\circ}{7} + 2)(\overset{\circ}{7} + 3)(\overset{\circ}{7} - 8) = \\ & \overset{\circ}{7} + (2)(3)(-8) = \\ & \overset{\circ}{7} - 48 \end{aligned}$$

4. Si  $x = \overset{\circ}{a} \pm R$   
 $x = \overset{\circ}{b} \pm R$   
 $x = \overset{\circ}{c} \pm R$   
 $\longrightarrow x = \frac{\overset{\circ}{\text{MCM}(a; b; c)}}{\overset{\circ}{\text{MCM}(a; b; c)}} \pm R$

Ejemplo:

$$\text{a) } x = \overset{\circ}{5} + 2$$

$$x = \overset{\circ}{3} + 2$$

$$\longrightarrow x = \frac{\overset{\circ}{\text{MCM}(3; 5)}}{\overset{\circ}{\text{MCM}(3; 5)}} + 2$$

$$x = \overset{\circ}{15} + 2$$

## Recuerda

1. «El residuo es menor que el divisor»

Ejemplo:

$$Q = \overset{\circ}{7} + 12$$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 7} \\ \underline{7} \phantom{1} \\ 1 \phantom{0} \end{array} \rightarrow Q = \overset{\circ}{7} + (\overset{\circ}{7} + 5)$$

$$Q = \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + 5$$

$$Q = \overset{\circ}{7} + 5$$

$$S = \overset{\circ}{10} - 21$$

$$\begin{array}{r} 21 \overline{) 10} \\ \underline{20} \phantom{0} \\ 1 \phantom{0} \end{array} \rightarrow S = \overset{\circ}{10} - (\overset{\circ}{10} + 1)$$

$$S = \overset{\circ}{10} - \overset{\circ}{10} - 1$$

$$S = \overset{\circ}{10} - 1$$

$$2. \quad \boxed{Rd + Re = d}$$

Rd = residuo por defecto

Re = residuo por exceso

d = divisor (módulo)

Ejemplo:

$$P = \overset{\circ}{7} + 4 = \overset{\circ}{7} - 3$$

$$S = \overset{\circ}{10} - 2 = \overset{\circ}{10} + 8$$

$$Q = \overset{\circ}{12} + 3 = \overset{\circ}{12} - 9$$

$$R = \overset{\circ}{6} - 6 = \overset{\circ}{6} + 4$$

## Trabajando en clase

### Integral

- Calcula la suma de los 24 primeros múltiplos enteros positivos de 4.
- ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 5?
- Desde el 23 hasta el 738, ¿cuántos números son múltiplos de 8?

### PUCP

- ¿Cuántos enteros divisibles por 3 y por 7 hay entre 100 y 250?

**Resolución:**

$$100 < \overset{\circ}{21} < 250$$

$$\frac{100}{21} < \frac{21k}{21} < \frac{250}{21}$$

$$4 < k < 11$$

$$k = 5; 6; 7; 8; 9; 10$$

Rpta.: 6

- ¿Cuántos enteros divisibles por 4 y por 9 hay entre 95 y 450?

- Calcula A . B . C:

$$\text{Si } A = (\overset{\circ}{7} + 4); B = (\overset{\circ}{7} + 3) \text{ y } C = (\overset{\circ}{7} + 2)$$

- Si  $18A = (\overset{\circ}{7} + 2)$ ; con A entero. Entonces A necesariamente es:

### UNMSM

- En una reunión de trabajadores, se observa que la quinta parte son solteros; si se nombran comisiones de 7 personas, sobrarían 3 de ellas, sin pertenecer a alguna. Además, en una votación entre dos propuestas todos votaron y resultó empate. Calcula cuántas personas hay si está comprendida entre 200 y 300.

**Resolución:**

$$\text{Total: } \overset{\circ}{5} = T$$

$$\Rightarrow 200 < T < 300$$

$$T = \overset{\circ}{7} + 3$$

$$T = \overset{\circ}{2}$$

$$\rightarrow T = \overset{\circ}{2}$$

$$T = \overset{\circ}{5}$$

$$T = \overset{\circ}{7} + 3 + 77$$

$$\left. \begin{array}{l} T = \overline{\text{MCM}(2;5)} \\ T = \overset{\circ}{10} + 80 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow T &= 10 + 80 \\ T &= 7 + 80 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} T = \overline{\text{MCM}(0;7)} + 80 \\ T = 70 + 80 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 200 < T < 300 \\ T &= 290 \end{aligned}$$

9. En una escuela, se observa que la cuarta parte de alumnos usan lentes, si la profesora de educación los agrupa de 5, sobrarían 3 alumnos, además la tercera parte son varones ¿cuántos alumnos hay en la escuela, si está comprendida entre 40 y 50?
10. Daniel agrupaba sus canicas de 6 en 6, de 8 en 8 y de 10 en 10, y siempre faltaba una para formar un grupo más. ¿Cuántas canicas tiene si es una cantidad máxima pero menor que 500?
11. En un evento deportivo al que asistieron a lo más 200 personas, se observa que la quinta parte de los señores come helado. Si las señoras representan la octava parte de los señores y los niños representan la tercera parte de las señoras, ¿cuántos niños, como máximo, asistieron?

## UNI

12. Si en una división el divisor es  $(11 + 3)$  el cociente es  $(11 + 8)$  y el resto es  $(11 - 2)$ , ¿de qué forma es el dividendo?

**Resolución:**

$$\boxed{D = d \times q + R}$$

$$D = (11 + 3)(11 + 8) + (11 - 2)$$

$$D = 11 + 24 + 11 - 2$$

$$D = 11 + 22$$

$$D = 11$$

13. Si en una división, el divisor es  $(13 + 4)$ , el resto es  $(13 + 5)$  y el divisor es  $(13 + 7)$  ¿de qué forma es el dividendo?
14. Calcula el residuo que resulta al dividir la suma de los 100 primeros números naturales, entre 4.