DIVISIBILIDAD Y MULTIPLICIDAD

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Divisibilidad

Un número A es divisible por otro B si la división A entre B es exacta.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 9 \\ \hline - & 4 \end{array}$$

36 es divisible por 9
9 es divisor de 36
9 divide a 36

En general:
Dados los números $A \in \mathbb{Z}, B \in \mathbb{Z}^+$ (entero positivo), $K \in \mathbb{Z}$
Si:

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline - & K \end{array} \Rightarrow$$

A es divisible por B
B es divisor de A
B divide a A

Multiplicidad

Un número A es múltiplo de otro B, si el primero (A) contiene al segundo (B) un número exacto y entero de veces.

Ejemplo:

$$36 = 9 \cdot (4)$$

36 es múltiplo de 9
9 es factor de 36

En general:
Dados los números AB $\in \mathbb{Z}^+$ (entero positivo), $K \in \mathbb{Z}$.
Si:

$$A = B \cdot K$$

A es múltiplo de B
B es factor de A

NOTACIÓN

1er caso

Cuando la división es exacta

$$\begin{array}{r|l} 63 & 7 \\ \hline - & 9 \end{array} \Rightarrow 63 = \overset{o}{7}$$

Módulo 7

$63 = \overset{o}{7}$ Se lee:
- 63 es múltiplo de 7
- 63 es divisible entre 7
- 7 es divisor de 63
- 7 es factor de 63

2do caso

Cuando la división es inexacta.

Por defecto

$$r_d = 2 \quad \begin{array}{r|l} 65 & 7 \\ \hline 2 & 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow 65 = \overset{o}{7} + 2$$

módulo

Por exceso

$$r_e = 5 \quad \begin{array}{r|l} 65 & 7 \\ \hline 5 & 10 \end{array}$$

$$\Rightarrow 65 = \overset{o}{7} - 2$$

módulo

Observación: módulo = $r_d + r_e$

Ejemplo:

$$7 = 2 + 5$$

Nota:
- El cero es múltiplo de cualquier entero positivo.
  Ejemplos:
  $0 = \overset{o}{7}$ porque $0 = 7 \cdot (0)$
  $0 = \overset{o}{11}$ porque $0 = 11 \cdot (0)$
- Todo número es múltiplo de la unidad.
  Ejemplos:
  $15 = \overset{o}{1}$ porque $15 = 1 \cdot (15)$
  $24 = \overset{o}{1}$ porque $24 = 1 \times (24)$

Recuerda

$$N = \begin{cases} \overset{o}{A} \pm \\ \overset{o}{B} \pm \\ \overset{o}{C} \pm \end{cases} \Rightarrow N = \overset{o}{\overline{MCM(A;B;C)}} \pm r$$

Principios

- $\overset{\circ}{n}+\overset{\circ}{n}=\overset{\circ}{n}$
- $\overset{\circ}{n}-\overset{\circ}{n}=\overset{\circ}{n}$
- $\overset{\circ}{n}\cdot k=\overset{\circ}{n}$
- $(\overset{\circ}{n})^k=\overset{\circ}{n}$; donde $k\in\mathbb{Z}^+$
- $(\overset{\circ}{n}+r)^k=\overset{\circ}{n}+r^k$; $k\in\mathbb{Z}^+$

Observación:

$$(\overset{\circ}{n}+r_1)(\overset{\circ}{n}+r_2)=\overset{\circ}{n}+r_1\cdot r_2$$

Propiedad

$$\text{Si } N=\begin{cases}\overset{\circ}{A}\\ \overset{\circ}{B}\\ \overset{\circ}{C}\end{cases}\Rightarrow N=\overset{\circ}{\overline{MCM(A,B,C)}}$$

Nota:

$$\text{Si } N=\begin{cases}\overset{\circ}{A}\pm r\\ \overset{\circ}{B}\pm r\\ \overset{\circ}{C}\pm r\end{cases}\Rightarrow N=\overset{\circ}{\overline{MCM\left(A,B,C\right)}}\pm r$$

Trabajando en clase

Integral

1. ¿Cuántos números de una cifra son divisibles por 3?

2. Indica los divisores de los siguientes números:
a) 12:
b) 20:
c) 24:

3. Del 1 al 100, ¿cuántos números son múltiplos de 5?

Católica

4. ¿Cuántos números de dos cifras son múltiplos de 5?
Resolución:

$$\overset{\circ}{5}=5k$$

$$\Rightarrow\ 9<\overset{\circ}{5}<100$$

$$\frac{9}{5}<\frac{\cancel{5}k}{\cancel{5}}<\frac{100}{5}$$

$$1{,}8<k<20$$

$\therefore\ k=2;3;4;\ldots;19$

$\#$ términos $=(19-2)+1$

$17+1$

$\#$ términos $=18$

5. Del 1 al 200, ¿cuántos números son múltiplos de 12?

6. Del 99 al 361, ¿cuántos son múltiplos de 40?

7. Calcula la suma de los 8 primeros múltiplos de 3?

UNMSM

8. Si: $P=(\overset{\circ}{8}+3)(\overset{\circ}{8}+11)$ ¿cuál es el residuo de dividir P entre 8?
Resolución:

$$(\overset{\circ}{8}+3)(\overset{\circ}{8}+11)\div 8$$

Por principio

$$\overset{\circ}{8}\cdot\overset{\circ}{8}=\overset{\circ}{8}$$

Entonces: $\overset{\circ}{8}+\left(3\cdot 11\right)$

$$\overset{\circ}{8}+33\div 8$$

$$\Rightarrow\overset{\circ}{8}+\left(32+1\right)\div 8$$

$$\overset{\circ}{8}+\overset{\circ}{8}+1\div 8$$

$$\overset{\circ}{8}+1$$

$$\overset{\circ}{8}$$

Residuo= 1

9. Indica el resto de la siguiente expresión al dividirla entre 9:
$(\overset{\circ}{9}+4)(\overset{\circ}{9}+2)(\overset{\circ}{9}+8)$

10. Calcula a + b + c:

$48=\overset{\circ}{9}+a$

$55=\overset{\circ}{3}+b$

$39=\overset{\circ}{4}+c$

11. Calcula A + B:

A = cantidad de divisores de 24
B = cantidad de divisores de 40

UNI

12. Elmer va al hospital cada 15 días, Mary cada 12 días y Alicia cada 18 días. Si hoy 26 de octubre se encontraron los 3 en el hospital, ¿cuál será la fecha más próxima en la que se encontrarán nuevamente los 3 en el hospital?
Solución:

Elmer:	15 días	15 días	15 días
Mary:	12 días	12 días	12 días
Alicia:	18 días	18 días	18 días

$$A\ \text{días} = \overline{\text{MCM}(15,12,18)} = \overset{o}{\overline{180}}$$

$$A_{\text{min}} = \overset{o}{\overline{180}}$$

$$A_{\text{min}} = 180$$

26	oct	nov	dic	en	feb	mar	ab
oct.	5	30	31	31	28	31	$\boxed{24}$

180 días

Se encontrarán nuevamente el 24 de abril.

13. El autobús de la línea A pasa por cierta parada cada 9 minutos y el de la línea B, cada 12 minutos. Si acaban de salir a la vez, ¿en cuánto tiempo volverán a coincidir?

14. Juan posee $\overline{ab}$ naranjas, si las reparte a 9 niños en parte iguales no le sobra ninguna, pero si las reparte a 10 niños en partes iguales le sobran 3 naranjas. Determina el valor de a – b.