DIVISIBILIDAD DE NÚMEROS

1. Divisibilidad de números

Un número entero es divisible entre otro positivo (módulo), cuando al dividir el primero entre el segundo, el cociente es entero y el residuo, cero.

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline 0 & K \end{array}$$

Donde:

- A: número entero
- B: número entero positivo (módulo)
- K: número entero

2. Multiplicidad de números

Un número entero es múltiplo de otro positivo (módulo), cuando es el resultado de multiplicar dicho entero positivo por un entero cualquiera.

$$\boxed{A = B \times K}$$

Donde:

- A: número entero
- B: número entero positivo (módulo)
- K: número entero

3. Notación y representación general

1. A es múltiplo de B $\rightarrow A = \overset{\circ}{B}$

   Además:

   $$\boxed{\overset{\circ}{B} = B \times K,\ K \in \mathbb{Z}}$$

   Ejemplos:

   - $\begin{array}{r|l} 24 & 8 \\ \hline 0 & 3 \end{array} \quad \leftrightarrow \quad 24 = 8 \times 3$

     $\therefore$ 24 es divisible por 8 <> 24 es múltiplo de 8.

   - $0 = \overset{\circ}{11}$ porque $0 = 11 \times (0)$

     $20 = \overset{\circ}{1}$ porque $20 = 1 \times (20)$

     $7 = \overset{\circ}{7}$ porque $7 = 7 \times (1)$

     $-36 = \overset{\circ}{9}$ porque $-36 = 9 \times (-4)$

2. Si A no es múltiplo de B (o no es divisible, que es lo mismo), entonces por el teorema fundamental de la división entera:

   - División entera por defecto:

     $$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline r & K \end{array} \quad \rightarrow \quad \boxed{A = B \times K + r}$$

     $$\rightarrow \quad \boxed{A = \overset{\circ}{B} + r_d}$$

   - División entera por exceso:

     $$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline r_e & K+1 \end{array} \quad \rightarrow \quad \boxed{A = B\,(K+1) - r_e}$$

     $$\rightarrow \quad \boxed{A = \overset{\circ}{B} - r_e}$$

4. Principios de la divisibilidad

1. $\boxed{\overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} + \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}}$

   Ejemplo:

   $12 + 8 + 20 = 40$

   $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

   $\overset{\circ}{4} \quad \overset{\circ}{4} \quad \overset{\circ}{4} \quad \overset{\circ}{4}$

2. $\boxed{\overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}}$

   Ejemplo:

   $35 - 14 = 21$

   $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

   $\overset{\circ}{7} \quad \overset{\circ}{7} \quad \overset{\circ}{7}$

3. $\boxed{K.\ \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n},\ K \in \mathbb{Z}}$

   Ejemplo:

   $5 \times 16 = 80$

   $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

   $K \times \overset{\circ}{8} \quad \overset{\circ}{8}$

5. Propiedad 1

Si: $N = \overset{\circ}{a}$

$N = \overset{\circ}{b}$ ⇒ $N = \overset{\circ}{\overline{\text{mcm}(a, b, c)}}$

$N = \overset{\circ}{c}$

6. Propiedad 2

Si: $N = \overset{\circ}{a} + r$

$N = \overset{\circ}{b} + r$ ⇒ $N = \overset{\circ}{\overline{\text{mcm}(a, b, c)}} + r$

$N = \overset{\circ}{c} + r$

Importante

$$\left(\overset{\circ}{n}+a\right)\left(\overset{\circ}{n}+b\right)\left(\overset{\circ}{n}+c\right) = \overset{\circ}{n} + a \times b \times c$$

7. Principio de Arquímedes

Si: $A \times B = \overset{\circ}{C}$ → $A \in \mathbb{Z}^+$ y $B \in \mathbb{Z}^+$

Además, si A y C no tienen divisores comunes, aparte de la unidad, es decir, son primos entre si (PESI), entonces:

$$B = \overset{\circ}{C}$$

Ejemplos:

- ❖ $7C = \overset{\circ}{11} \Rightarrow$ 7 y 11 son PESI $\Rightarrow C = \overset{\circ}{11} = 11K$; $K \in \mathbb{Z}$
- ❖ $\underbrace{15A = 35}_{\div 5}$ $\Rightarrow$ 15 y 35 son $\overset{\circ}{5}$, dividimos miembro a miembro + 5
- ❖ $\underbrace{3A = \overset{\circ}{7}}_{\text{PESI}}$ $\Rightarrow A = \overset{\circ}{7} = 7K$; $K \in \mathbb{Z}$

Trabajando en clase

Integral

1. ¿Cuántos múltiplos de 4 existen entre 10 y 30?

2. Todo numeral de la forma $\overline{aaa}$, siempre es divisible por:

3. Si $2M = \overset{\circ}{5}$, calcula la suma de los 2 menores valores

PUCP

4. ¿Cuántos números de $\overset{\circ}{6}$ de 3 cifras existen?

Resolución:

$\overline{abc} = \overset{\circ}{6} = 6k$

$100 \leq abc < 1000$

$\frac{\cancel{100}}{\cancel{6}} \leq \frac{\cancel{6}K}{\cancel{6}} < \frac{\cancel{1000}}{\cancel{6}}$

$16,\widehat{6} \leq k < 166,\ldots$

$K = \{17; 18; 19; \ldots\ldots:166\}$

$166 - 16 = 150$

5. ¿Cuántos números de $\overset{\circ}{8}$ de 3 cifras existen?

6. En un salón de clases se sabe que la tercera parte de los alumnos usa gorra, la quinta parte usa lentes y la sexta parte usa reloj. Además, el número de alumnos de dicho salón está comprendido entre 80 y 110. Calcula el número de alumnos.

7. Calcula (A + B + C) entre 7 si: $A = \overset{\circ}{7} + 2$

$B = \overset{\circ}{7} - 3$

$C = \overset{\circ}{7} + 4$

UNMSM

8. Se sabe que un número es $\overset{\circ}{4}$ y $\overset{\circ}{7}$ simultáneamente. Si dicho número tiene 3 cifras, calcula su máximo valor.

Resolución:

$N \begin{cases} \overset{\circ}{4} \\ \overset{\circ}{7} \end{cases}$ $N = \overset{\circ}{\overline{\text{mcm}(4 \text{ y } 7)}} = \overset{\circ}{28}$

$N = 28k$

N = 3 cifras $N = \overline{abc} = 28k$

$100 \leq 28k < 1000$

$\frac{\cancel{100}}{\cancel{28}} \leq \frac{\cancel{28}K}{\cancel{28}} < \frac{\cancel{1000}}{\cancel{28}}$

$3,5 \leq k < 35$

$K = \{4; 5; 6; \ldots\ldots;35\}$

$N_{máx}: 28(35) = 980$

9. Se sabe que un número es $\overset{\circ}{9}$ y $\overset{\circ}{6}$ simultáneamente. Si dicho número tiene 3 cifras, calcula su mínimo valor.

10. Del 1 al 360

- ¿Cuántos son $\overset{\circ}{9}$?
- ¿Cuántos son $\overset{\circ}{4}$?
- ¿Cuántos no son $\overset{\circ}{4}$ ni $\overset{\circ}{9}$?

11. Un número al ser dividido entre 7, deja como residuo 2; y al ser dividido entre 11, deja como residuo 6. Calcula el residuo de dividir dicho número entre 77.

UNI

12. Señala cuántos $\overset{\circ}{9}$ hay en la siguiente sucesión:

6; 12 ; 18; 24 ; …………; 600

Resolución:

(6×1) ; (6×2) ; (6×3); …………….(6×100)

En general: $\overset{\circ}{6} = 6k$

$\cancel{6}k = \cancel{\overset{\circ}{9}} \rightarrow 2k = 3$

$K = \overset{\circ}{3} = 3n$

$\cancel{1} \leq 3\cancel{n} \leq 1\cancel{00}$

0, ……. ≤ N ≤ 33,3

N = {1; 2; 3; 4; ……; 33}

∴ 33 valores

13. Indica cuántos $\overset{\circ}{12}$ hay en la siguiente sucesión:

8; 16; 24; 32; ....; 1600

14. En una división, el divisor es 13 + 2 ; el cociente es 13 + 5 y el residuo es $\overset{\circ}{13} - 3$.

¿De qué forma será el dividendo?