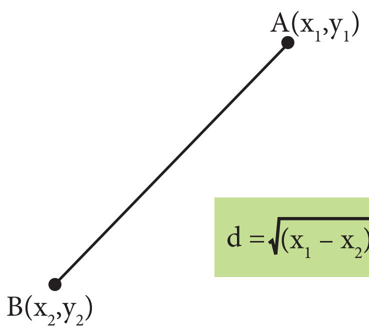
Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA — TERCERO

DISTANCIA ENTRE 2 PUNTOS Y ECUACIÓN DE LA RECTA

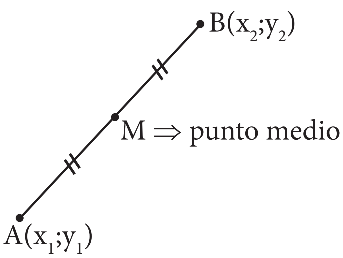
1. Distancia entre dos puntos

Se debe entender como la longitud o el tamaño del segmento que se determina al unir los puntos dados.



$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_2)^2}$$

2. Punto medio de un segmento



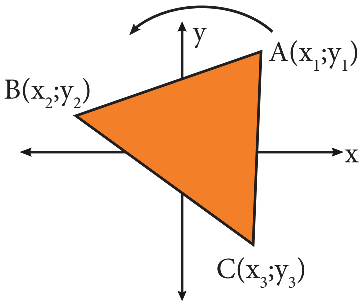
Luego:

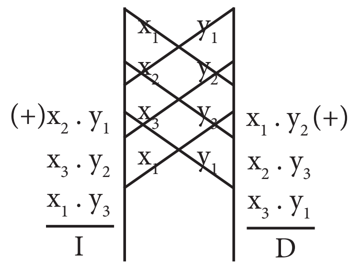
M = (a,b);

donde:

$$a = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad b = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

3. Área de una región triangular



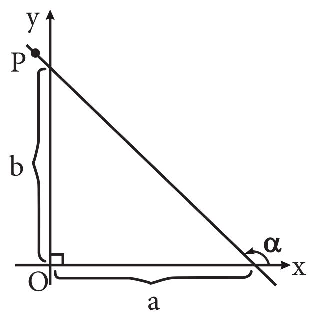


$$S = \frac{|D - I|}{2}$$

4. La recta en el plano cartesiano

A. Elementos

Toda recta ubicada en un plano cartesiano presenta básicamente los siguientes elementos:



1. α: ángulo de inclinación ($0° \leq \alpha < 180°$)
2. a y b: interceptos de la recta con los ejes coordenados.
3. P: punto de paso de la recta.

B. Pendiente de una recta (m)

Es el concepto más importante al interior del capítulo e incluso dentro del análisis matemático. Se define como la tangente del ángulo de inclinación de la recta considerada. Es decir:

$$m = Tg\alpha$$

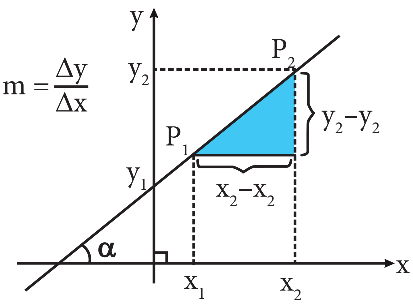
Obtención de la pendiente con dos puntos de paso

Cuando no se tiene el ángulo de inclinación, pero se conocen dos puntos de paso $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, la pendiente se puede obtener de la siguiente manera:

$$m = Tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si hacemos:

$$\left.\begin{aligned} y_2 - y_1 &= \Delta y \\ x_2 - x_1 &= \Delta x \end{aligned}\right\} \quad m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Por ejemplo, si al recta pasa por $P_1(-2;3)$ y $P_2(1;5)$ su pendiente se determinaría así:

$$m = \frac{5-(3)}{1-(-2)} = \frac{2}{3}$$

Ecuación de la recta

La ecuación de una recta es la condición algebraica que deben verificar tanto la abscisa como la ordenada de todo punto perteneciente a la recta. Si las coordenadas del punto no verifican la ecuación, dicho punto se sitúa fuera de la recta. Para hallar la ecuación de una recta se necesitará de la pendiente y un punto de paso, esto es:

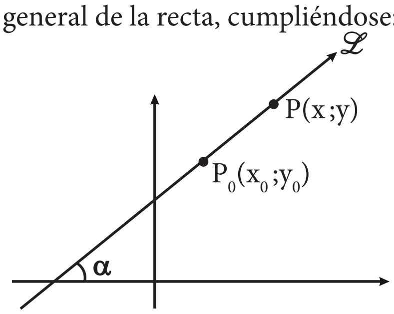
Se conoce: $m = Tg\alpha \wedge P_0(x_0,y_0)$

La ecuación:

$$\boxed{y - y_0 = m(x - x_0)}$$

Nota:

A la ecuación de la forma: $ax + by + c = 0$, se le llama ecuación general de la recta, cumpliéndose:



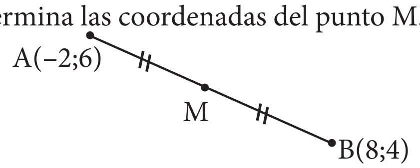
$\boxed{L: ax + by + c = 0 \rightarrow m = -a/b}$ con $a, b \neq 0$

Trabajando en clase

Integral

1. Calcula la distancia del punto «A» hacia el punto «B», si A(–2;5) y B(5;–1).

2. Determina las coordenadas del punto M.



3. Calcula el área de la región triangular determinada por los vértices A(2;5), B(–3;–4) y C(6;4).

Católica

4. Calcula el área de una región triangular equilátera, si dos vértices son A(1;3) y B(4;7).

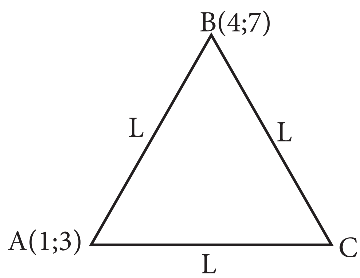
Resolución:

Sabemos: $A_\Delta = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$.... (I)

Pero $L = d(A.B)$

$L = \sqrt{(4-1)^2 + (7-3)^2}$

$L = 5$ u



Reemplazanmdo en (I)

$$A = \frac{5^2\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4} u^2$$

5. Calcula el área de una región triangular equilátera, si dos vértices son A(–1;17) y B(6;–5).

6. Calcula el área de una región cuadrada ABCD si dos vértices opuestos son A(4;–9) y C(2;–5).

7. Determina la ecuación general de una recta que pasa por el punto P(5;7) y tiene como ángulo de inclinación 53°.

UNMSM

8. Determina la ecuación general de una recta que pasa por los puntos A(–3;5) y B(7;–2).

Resolución:

Calculamos la pendiente «m»

$$m = \frac{-2-5}{7-{}^{-}3} = \frac{-7}{10}$$

Luego: $\dfrac{y-5}{x+3} = \dfrac{-7}{10} \Rightarrow 10y - 50 = -7x - 21$

$\therefore$ L: $7x + 10y - 29 = 0$

9. Determina la ecuación general de una recta que pasa por los puntos A(–5;3) y B(6;–2).

10. Calcula la suma de valores de las pendientes de las rectas:

L_1: $4x - y + 8 = 0$

L_2: $y = -6x + 13$

11. Determina la ecuación general de la recta que pasa por el punto (–2;6) y tiene un ángulo de inclinación de 143°.

UNI

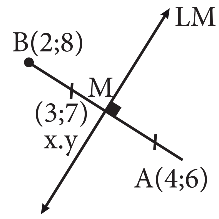
12. Determina la ecuación general de la recta mediatriz del segmento AB cuyos extremos son A(4;6) y B(2;8).

Resolución

Calculamos «M»

$$M = \left(\frac{2+4}{2};\frac{8+6}{2}\right)$$

$M = (3;7)$



$$m_{AB} = \frac{8-6}{2-4}$$

$$m_{AB} = \frac{2}{-2} = -1$$

$m_{AB} \,.\, m_{Lm} = -1$

$-1 \,.\, m_{LM} = -1$

$m_{LM} = 1$

Calcula de la ecuación:

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 7 = 1(x - 3)$

$0 = x - y + 4$

$\therefore \overleftrightarrow{\mathscr{L}}_m: x - y + 4 = 0$

13. Determina la ecuación general de la recta mediatriz del segmento AB cuyos extremos son A(3;7) y B(5;9).

14. Determina la ecuación de la recta que contiene la mediana relativa al lado BC de un triángulo de vértices A(2;1); B(3;3) y C(7;5).