

Propiedades de las desigualdades

1. Propiedad de no negatividad

Para cualquier número real a , el valor de a^2 es 0 o positivo; es decir, a^2 es no negativo

$$a^2 \geq 0; \forall a \in \mathbb{R}$$

2. Propiedad de la suma para desigualdades

Si se suma el mismo número en ambos lados de una desigualdad, se obtiene una desigualdad equivalente.

$$\begin{aligned} \text{Si } a < b, \text{ entonces } a + c < b + c \\ \text{Si } a > b, \text{ entonces } a + c > b + c \end{aligned}$$

3. Propiedad de la multiplicación para desigualdades

$$\begin{aligned} \text{Si } a < b \text{ y si } c > 0, \text{ entonces } ac < bc \\ \text{Si } a > b \text{ y si } c > 0, \text{ entonces } ac > bc \\ \text{Si } a < b \text{ y si } c < 0, \text{ entonces } ac > bc \\ \text{Si } a > b \text{ y si } c < 0, \text{ entonces } ac < bc \end{aligned}$$

4. Propiedad del recíproco para desigualdades

Establece que el recíproco de un número real positivo es positivo y que el recíproco de un número real negativo es negativo.

$$\begin{aligned} \text{Si } a > 0, \text{ entonces } \frac{1}{a} > 0 \\ \text{Si } a < 0, \text{ entonces } \frac{1}{a} < 0 \end{aligned}$$

5. Propiedad del inverso para desigualdades

Establece que podemos invertir una desigualdad siempre y cuando los extremos de la desigualdad tenga el mismo signo.

$$\text{Si } a < x < b, \text{ entonces } \frac{1}{a} > \frac{1}{x} > \frac{1}{b}$$

Trabajando en clase

Integral

1. Sean los intervalos

$$A = \{-6; 3\} \text{ y } B = [-1; 5]$$

Calcula:

$$A \cup B =$$

$$A \cap B =$$

$$A - B =$$

$$B - A =$$

2. Si $-3 < x < 4$ ¿a qué intervalo pertenece $-3x + 5$?

3. Si $x \in \{-1; 5\}$ ¿a qué intervalo pertenece $\frac{2}{x+3}$?

PUCP

4. Si $2 \leq x < 5$ ¿a qué intervalo pertenece $(x-3)^2 + 1$?

Resolución

$$\begin{aligned} \Rightarrow (2 \leq x < 5) - 3 \\ (-1 \leq x - 3 < 2)^2 \\ (0 \leq (x - 3)^2 < 4) + 1 \end{aligned}$$

$$1 \leq (x - 3)^2 + 1 < 5$$

$$\therefore (x - 3)^2 - 1 \in [1; 5)$$

5. Si $x \in \{-7; -3\}$, entonces ¿a qué intervalo pertenece ____?

a) $(x + 5)^2 - 2$

b) $(x + 2)^2 + 5$

6. Si los números reales a y b son tales que $a > b$ y $ab > 0$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) $\frac{b}{a} > 1$

b) $ab^2 < a^2b$

c) $a > 0 \wedge b < 0$

d) $|a| < |b|$

7. Si $a < a < 1$, ordena de menor a mayor:

$$\frac{1}{a}, \frac{a}{b}, 1$$

UNMSM

8. Si $x \in \{3; 7\}$ calcula la suma de los extremos del intervalo al que pertenece

$$y = \frac{2-x}{x+1}$$

Resolución

$$\bullet y = \frac{2-x}{x+1} = -\frac{(x+1)+3}{x+1} = -1 + \frac{3}{x+1}$$

$$\Rightarrow (3 < x \leq 7) + 1$$

$$(4 < x + 1 \leq 8)^{-1}$$

$$\text{b) } \frac{1}{4} > \frac{1}{x+1} \text{ } \S \frac{1}{8} \text{ } \# \text{ } 3$$

$$\text{b) } \frac{3}{4} > \frac{3}{x+1} \text{ } \S \frac{3}{8} \text{ } \# \text{ } 1 - 1$$

$$-\frac{1}{4} > \frac{3}{x+1} - 1 \text{ } \S \frac{-5}{8}$$

$$\therefore y \in \left\langle \frac{5}{8}; -\frac{1}{4} \right\rangle$$

9. Si $x \in \{0; 7\}$ calcula la suma de los extremos del intervalo al que pertenece

$$y = \frac{5-x}{x+3}$$

UNMSM 2010-II

10. Si $x \in \mathbb{R}$, calcula el menor valor que puede asumir:

$$F = 2x + \frac{1}{2x}$$

CEPREVI 2012

11. Calcula el mínimo valor de

$$M = \frac{1}{xy}$$

Si $x + y = 1$ con $x, y \in \mathbb{R}^+$

UNAC 2008-I

UNI

12. Si $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, de manera que:

$$E = \frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a}$$

entonces, $E \geq \alpha$; luego el valor de α es:

Resolución

$$\Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$$

$$\frac{c}{a} + \frac{a}{c} \geq 2 \quad (+)$$

$$\frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 2$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} \geq 6$$

$$\frac{a+c}{b} + \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} \geq 6$$

$$E \geq 6$$

$$\therefore \alpha = 6$$

13. Si $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

Donde $a, b, c, x, y, z \in \mathbb{R}^+$ y son diferentes.

Calcula el valor de «m» en la desigualdad:

$$ax + by + cz < m$$

14. Si $f(x) = 6x + x^2 \wedge x \in \{-3, 5\}$

Calcula la variación de f.