



Material Educativo GRATIS

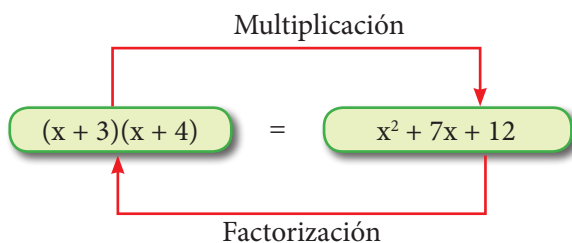
ALGEBRA

SEGUNDO

CRITERIOS PARA FACTORIZAR

Definición

Es el proceso por el cual un polinomio se expresa como la multiplicación indicada de factores primos.



Así:

$$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$$

$\Rightarrow (x+3) \wedge (x+4)$ son factores primos.

Factor primo

Es aquel polinomio que no se puede factorizar más.

Así por ejemplo:

► $F(x) = x^2 - 4$

No es primo, porque se puede expresar como:

$$(x+2)(x-2)$$

► $F(x) = x+2$; sí es primo, porque no se puede factorizar.

► $G(x) = x-2$ sí es primo, porque no se puede factorizar más.

Criterios para factorizar

1. Factor común

Se denomina así al factor repetido en varios términos. Para iniciar el proceso de factorización, se eligen las bases comunes afectadas al menor exponente.

Así por ejemplo:

$$4x^2y^5 - 5x^3y^2 + 9x^4y^4$$

Factor común: (x^2y^2) Dividimos

Entonces tenemos: $(4y^3 - 5x + 9x^2y^2)$

$$\therefore 4x^2y^5 - 5x^3y^2 + 9x^4y^4 = (x^2y^2)(4y^3 - 5x + 9x^2y^2)$$

2. Agrupación de términos

Consiste en seleccionar convenientemente los términos, de manera que se genere algún factor común o alguna identidad.

Así, al factorizar el siguiente polinomio:

$$cx + dy + dx + cy$$

nos percatamos que no hay factor repetido en todos los términos y agrupamos de dos en dos:

$$\frac{cx + dy}{x(c+d)} + \frac{dx + cy}{y(c+d)} \quad \text{el factor repetido es } (c+d)$$

Luego:

$$(c+d)(x+y)$$

$$cx + dy + dx + cy = (c+d)(x+y)$$

3. Aspa simple

Se utiliza para factorizar particularmente polinomios de la forma:

$$ax^{2n} + bx^n + x$$

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} x^2 - 7x + 12 \\ x \quad \times \quad -4 \quad -4x \\ x \quad \times \quad -3 \quad -3x \\ \hline \quad \quad \quad -7x \end{array}$$

$$x^2 - 7x + 12 = (x-4)(x-3)$$

¡Importante!

Un polinomio se factorizará en el campo de los números racionales (coeficientes enteros o fraccionarios), salvo que se indique lo contrario.

Trabajando en clase

Integral

- Determina el número de factores primos del siguiente polinomio:

$$P(x; y) = 15a^2x^3y(3x+4y)^6(7y-2x)^{15}$$

- Factoriza e indica la cantidad de factores primos.

$$P(x) = ax^2 + x^2b$$

- Factoriza:

$$P(x; y) = 15x^3y^6 - 5x^2y^8 + 30x^4y^{12}$$

PUCP

- Factoriza e indica la cantidad de factores primos.

$$P(x; y) = ax + by + ay + bx$$

Resolución:

$$P(x; y) = ax + by + ay + bx$$

agrupamos: $\underbrace{ax + bx} + \underbrace{ay + by}$

$$a(x + y) + b(x + y)$$

Factor común: $\underbrace{(a + x)}_{F. P.} (a + b)$

F. P.

∴ hay un factor primo

- Factoriza e indica la cantidad de factores primos:

$$P(x; y) = px + qy + py + qx$$

- Factoriza e indica la suma de factores primos.

$$P(x) = x^2 + 8x + 15$$

- Factoriza e indica cuántos factores primos.

$$P(x; y) = 3x^3y^2 + 9x^2y^2 - 18xy^2$$

UNMSM

- Factoriza e indica el número de factores primos.

$$P(x; y) = x^3y + x^2y^2 + x^2y + xy^2$$

Resolución:

Extraemos el factor común:

$$xy(x^2 + xy + x + y)$$

Agrupamos términos:

$$xy[x(x + y) + (x + y)]$$

Nuevamente sacamos el factor común:

$$xy[(x + y)(x + 1)]$$

Entonces, sus factores primos son:

$$x; y; (x + y)(x + 1)$$

∴ Hay 4 factores primos.

- Factoriza e indica la cantidad de factores primos.

$$P(x; y) = x^4y^2 + x^3y^2 + x^3y^3 + x^2y^3$$

- Factoriza:

$$P(x; y) = x^2 + 4xy + 4y^2$$

- Factoriza:

$$P(x) = x^3 + x^5 - x^7$$

UNI

- Factoriza y calcula la suma de factores primos:

$$P(x) = x^5 + x^4 - 2x^3$$

Resolución:

Extraemos el factor común:

$x^3(x^2 + x - 2)$ por aspa simple

$x^3 \begin{pmatrix} x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix}$ entonces

$$P(x) = x^3(x + 2)(x - 1)$$

Sumando los factores primos tenemos:

$$x + x + 2 + x - 1$$

- Factoriza y calcula la suma de factores primos.

$$P(x) = x^5 - x^4 - 2x^3$$

- Factoriza:

$$3x(x-2) - 2y(-2+x)$$

