



## ALGEBRA

## SEGUNDO

### CRITERIO DE IDENTIDADES

#### 1. Binomio al cuadrado

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= 0 \\ x \cancel{x} + 1 &= x \\ x \cancel{x} + 1 &= x \\ &\quad \boxed{2x} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = (x + 1)(x + 1)$$

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

#### 2. Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} x^2 - 16 &= (x + 4)(x - 4) \\ \sqrt{\phantom{x}} \quad \sqrt{\phantom{x}} &\\ \downarrow \quad \downarrow &\\ x \quad 4 & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$$

#### 3. Binomio al cubo

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x^3} + 3\sqrt[3]{x^2y} + 3\sqrt[3]{xy^2} + \sqrt[3]{y^3} &\\ \downarrow \quad \downarrow &\\ x \quad y & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x+y)^3$$

También:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

#### 4. Suma de cubos

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} x^3 + 27y^3 &= (x + 3y)((x)^2 - (x)(3y) + (3y)^2) \\ \sqrt[3]{\phantom{x}} \quad \sqrt[3]{\phantom{x}} &\\ \downarrow \quad \downarrow &\\ x \quad 3y & \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^3 + 27y^3 = (x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$$

#### 5. Diferencia de cubos

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} x^3 - 8y^3 &= (x - 2y)((x)^2 + (x)(2y) + (2y)^2) \\ \sqrt[3]{\phantom{x}} \quad \sqrt[3]{\phantom{x}} &\\ \downarrow \quad \downarrow &\\ x \quad 2y & \end{aligned}$$

**Nota:**

$$(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$$

$$(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$$

## Trabajando en clase

### Integral

1. Factoriza:

$$P(x) = x^2 + 6x + 9$$

2. Factoriza:

$$P(x) = 4x^2 - 25$$

3. Factoriza:

$$P(x) = x^3 - 8$$

### PUCP

4. Factoriza:

$$P(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Resolución:

Como el polinomio tiene 4 términos, extraemos la raíz cúbica de los extremos.

$$\begin{array}{cc} \sqrt[3]{x^3+6x^2+12x+8} & \sqrt[3]{8} \\ \downarrow & \downarrow \\ x & 2 \end{array}$$

Comprobamos:

$$\begin{aligned} \diamond \quad 3(x)^2(2) &= 6x^2 \quad \rightarrow \quad (2.^{\circ} \text{ término}) \\ \diamond \quad 3(x)(2)^2 &= 12x \quad \rightarrow \quad (3.^{\circ} \text{ término}) \\ \therefore x^3 + 6x^2 + 12x + 8 &= (x + 2)^3 \end{aligned}$$

5. Factoriza:

$$P(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

6. Factoriza:

$$P(x) = x^3 + 125$$

7. Factoriza:

$$P(x) = 4x^2 - 4x + 1$$

### UNMSM

8. Factoriza y calcula la suma de sus factores primos:

$$P(x; y) = 9x^2 - 125y^2$$

Resolución:

$$\begin{array}{cc} \sqrt[3]{9x^2} & \sqrt[3]{-125y^2} \\ \downarrow & \downarrow \\ 3x & 5y \end{array}$$

Luego:

$$9x^2 - 125y^2 = (3x + 5y)(3x - 5y)$$

∴ sumando los factores primos:

$$3x + 5y + 3x - 5y = 6x$$

9. Factoriza y calcula la suma de sus factores primos:

$$P(x; y) = 16x^2 - 9y^2$$

10. Si al factorizar:

$$\begin{aligned} P(x; y) &= 8x^3 + 27y^3, \\ \text{se obtuvo } (ax + by)(cx^2 - dxy + ey^2), \\ \text{calcula: «a + b + c + d + e»} \end{aligned}$$

11. Factoriza y determina la cantidad de factores primos.

$$P(x) = (x + 3)^2 - 4$$

### UNI

12. Factoriza:

$$P(m) = 25 - 36m^4$$

Resolución:

$$P(m) = 25 - 36m^4$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt[3]{25} & \sqrt[3]{-36m^4} \\ \downarrow & \downarrow \\ 5 & 6m^2 \end{array}$$

$$\Rightarrow P(x) = 25 - 36m^4 = (5 + 6m^2)(5 - 6m^2)$$

13. Factoriza:

$$P(m) = 1 - \frac{m^2}{25}$$

14. Factoriza:

$$8x^3 + 36x^2 + 54x + 27$$