



Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA

SEGUNDO

CONSTRUCCIÓN DE INTERVALOS

Para construir intervalos debemos tener en cuenta las propiedades de las desigualdades.

1. Si:

$$a < b \wedge c > 0 \rightarrow ac < bc$$

(Al multiplicar la desigualdad por un número positivo, la desigualdad no cambia)

2. Si:

$$a < b \wedge c > 0 \rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

(Al dividir la desigualdad por un número positivo, la desigualdad no cambia)

3. Si:

$$a < b \wedge c < 0 \rightarrow ac > bc$$

(Al multiplicar a la desigualdad un número negativo, la desigualdad cambia)

4. Si:

$$a < b \wedge c < 0 \rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

(Al dividir a la desigualdad por un número negativo, la desigualdad cambia)

5. Si:

$$0 < a < b \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

(Cuando se toma la inversa de dos cantidades positivas, la desigualdad cambia)

6. Si:

$$a < b < 0 \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

(Cuando se toma la inversa de dos cantidades negativas, la desigualdad cambia)

7. Si:

$$a < x < b \text{ con } a; b > 0 \\ \rightarrow a^2 < x^2 < b^2$$

8. Si:

$$a < x < b \text{ con } a; b < 0 \\ \rightarrow b^2 < x^2 < a^2$$

9. Si:

$$a < x < b \text{ con } a < 0 \wedge b > 0 \\ \rightarrow 0 \leq x^2 < \text{MÁX} \{a^2; b^2\}$$

Ejemplos:

► Si:

$$3 \leq x < 7 \\ \rightarrow 9 \leq x^2 < 49$$

► Si:

$$-4 < x \leq -2 \\ \rightarrow 4 \leq x^2 < 16$$

► Si:

$$-5 < x \leq 3; \text{MÁX} \{(-5)^2; 3^2\} = 25 \\ \rightarrow 0 \leq x^2 < 25$$



Trabajando en clase

Integral

1. Si: $x \in \langle -2; 5 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $2x + 1$.
2. Si: $x \in \langle -6; -2 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $\frac{x}{2} + 1$.
3. Si: $x \in [4; 7]$, determina el intervalo al cual pertenece $\frac{x+2}{3}$.

Católica

4. Si: $x \in \langle -3; 2 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $\frac{-3x+5}{3}$

Resolución:

$$x \in \langle -3; 2 \rangle \Rightarrow (-3 < x \leq 2)(-3)$$

$$\begin{aligned} & \swarrow \searrow \\ & (-6 \leq -3x < 9) + 5 \\ & (-1 \leq -3x + 5 < 14) \div 2 \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{-3x+5}{2} < 7$$

$$\rightarrow \frac{-3x+5}{2} \in \left[-\frac{1}{2}; 7\right)$$

$$\text{Rpta.: } \left[-\frac{1}{2}; 7\right)$$

5. Si: $x \in \langle -4; 3 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $\frac{-2x+3}{2}$
6. Si: $x \in [1; 6]$, determina el intervalo al cual pertenece $\frac{2x}{3} - 2$.
7. Si: $x \in \langle -1; 4 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $\frac{x+2}{3} - 1$.

UNMSM

8. Si: $x \in \langle 2; 7 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $5 + \frac{2}{x}$.

Resolución:

$$\text{Si } x \in \langle 2; 7 \rangle \Rightarrow 2 < x < 7$$

$$\left(\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}\right)(2)$$

$$\left(\frac{2}{7} < \frac{2}{x} < 1\right) + 5$$

$$\left(\frac{2}{7} + 5 < 5 + \frac{2}{x} < 1 + 5\right)$$

$$\frac{37}{7} < 5 + \frac{2}{x} < 6$$

$$\rightarrow 5 + \frac{2}{x} \in \left\langle \frac{37}{7}; 6 \right\rangle$$

9. Si: $x \in \langle 3; 6 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $3 + \frac{5}{x}$.
10. Si: $x \in \langle -2; 3 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $\frac{3}{x+4} - 1$.
11. Si: $x \in [-5; -3]$, determina el intervalo al cual pertenece $2 + \frac{3}{4x}$.

UNI

12. Si: $x \in \langle -2; 3 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $M = (x+4)^2 - 3$.

Resolución:

$$\text{Como } x \in \langle -2; 3 \rangle \Rightarrow (-2 < x \leq 3) + 4$$

$$\text{Elevo al cuadrado } (2 < x+4 \leq 7)$$

$$(4 < (x+4)^2 \leq 49) - 3$$

$$1 < (x+4)^2 - 3 \leq 46$$

$$\Rightarrow 1 < M \leq 46$$

$$\therefore M \in \langle 1; 46 \rangle$$

$$\text{Rpta.: } M \in \langle 1; 46 \rangle$$

13. Si: $x \in [-2; 3]$, determina el intervalo al cual pertenece $M = (x+4)^2 - 1$.
14. Si: $x \in \langle 3; 7 \rangle$, determina el intervalo al cual pertenece $M = (x-8)^2 + 3$.