



CONECTORES LÓGICOS

LÓGICA PROPOSICIONAL I

La lógica proposicional llamada también simbólica o matemática, es parte de la lógica que estudia las proposiciones y la relación que existe entre ellas a través de las variables proposicionales y los conectores.

1. Enunciado

Se denomina enunciado a toda expresión del lenguaje común, el cual puede ser una frase, oración o expresión algebraica.

Ejemplos:

- ❖ ¿Qué día es hoy?
- ❖ ¡Auxilio!
- ❖ Lima es la capital del Perú
- ❖ $x + 2 > 3$

2. Proposición lógica

Llamada también enunciado cerrado; es todo enunciado que tiene la cualidad de ser verdadero (V) o falso (F) sin ninguna ambigüedad.

Las proposiciones lógicas se denotan con letras minúsculas tales como: p, q, r, s, ...

Ejemplos:

- ❖ El sol es una estrella
- ❖ $2 + 3 > 6$
- ❖ Luis y María son hermanos.
- ❖ Juan estudia y trabaja.

2.1 Proposiciones simples

Llamadas también proposiciones atómicas o elementales; son aquellas proposiciones con una sola idea, carecen de conjunciones gramaticales y adverbio de negación (no).

Ejemplo:

- p: Rubén es arquitecto.
- q: Luis es compañero de José.
- r: 3 y 4 son números consecutivos.

2.2 Proposiciones compuestas

Llamados también proposiciones moleculares; son aquellas proposiciones con dos o más ideas unidas por conjunciones gramaticales; o que contienen el adverbio de negación no.

Ejemplos:

- Luciana estudia Contabilidad o Administración
- $2 + 8 \geq 6$
- No es cierto que hoy sea lunes
- Estudia, entonces ingresarás

3. Conectores lógicos

Son símbolos que reemplazan a las conjunciones gramaticales y al adverbio de negación; estos conectores permiten relacionar dos o más proposiciones simples, entre los más importantes tenemos:

3.1 Negación:

Notación: \sim

Se lee: No es cierto que ...

Ejemplo:

P: Luis viajó a Ica:

$\sim p$: $\underbrace{\text{No es cierto que}}_{\sim} \underbrace{\text{Luis viajó a Ica}}_p$

Tabla de verdad:

P	$\sim p$
V	F
F	V

NOTA:

Algunas equivalencias de la negación son: "no"; no es el caso..."

3.2 Conjunción

Notación: \wedge

Se lee: ... y ...

Ejemplo:

p: Ángel estudia

q: Ángel trabaja

$p \wedge q$: $\underbrace{\text{Ángel estudia}}_p \text{ y } \underbrace{\text{trabaja}}_q$

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

↓
Matriz principal

NOTA:

También equivalen al conector conjunción las palabras, pero; sin embargo; aunque; además, no obstante, incluso, también, etc.

3.3 Disyunción débil

Notación: \vee

Se lee: ... o ...

Ejemplo:

p: José va al teatro.

q: José va al cine.

$p \vee q$: José va al teatro o al cine

Tabla de verdad

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

↓
Matriz principal

3.4 Condicional

Notación: \rightarrow

Se lee: ... entonces ...

p: Bertha nació en Lima.

q: Bertha es limeña.

$p \rightarrow q$: Bertha nació en Lima, entonces es limeña

Tabla de verdad

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

↓
Matriz principal

NOTA:

Otras formas son:

pór consiguientes, luego; de manera que, etc.

Condiciones inversa (\leftarrow) ya que; puesto que; porque, etc.

3.5 Bicondicional

Notación: \leftrightarrow

Se lee: ... si y solo si

Ejemplo:

p: Mañana es miércoles

q: Hoy es martes

$p \leftrightarrow q$: Mañana es miércoles si y solo si hoy es martes.

Tabla de verdad

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

↓
Matriz principal

NOTA:

Algunas equivalentes pueden ser: Cuando y solo cuando; entonces y solo entonces.

TRABAJANDO EN CLASE

Integral

- ¿Cuántos de los siguientes enunciados son proposiciones lógicas?
 - Huancayo queda en Junín.
 - ¿Puedes prestarme tu libro?
 - ¡Feliz cumpleaños!
 - $x + 1 < 9$
 - $5 - 6 \leq 7$
- ¿Cuántos de los siguientes enunciados son proposiciones lógicas?
 - López Meneses es un poeta
 - $6 + 3 > 8$
 - $x^2 \leq 2$
 - Perú y Chile son países vecinos
 - Todas

- Determina la tabla de verdad de: $(p \vee \neg q) \rightarrow \neg p$

PUCP

- Si: $\neg(p \vee q)$ es verdadero, determina $(p \rightarrow q) \wedge q$

Resolución

Calculamos los valores de verdad de “p” y “q” del esquema molecular

$$\neg(p \vee q) \equiv V$$

$$\text{Luego: } (p \vee q) \equiv F$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ F & F \end{array}$$

Entonces:

“p” es F

“q” es F

Nos piden:

$$\begin{array}{ccc} (p \rightarrow q) \wedge q & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ F \rightarrow F & & \\ \underbrace{V \wedge F} & & \\ F & & \end{array}$$

Rpta.:

El valor de verdad de la expresión es falsa

- Si $\neg(p \wedge q)$ es falso, determina $(\neg p \rightarrow q) \wedge q$
- Si la expresión: $(p \leftrightarrow \neg q) \rightarrow \neg p$ es falsa, señala el valor de verdad de: $\neg p \wedge (q \rightarrow p)$
- Si p y q son proposiciones falsa y verdadera, respectivamente, señala el valor de verdad de la siguiente proposición: $(\neg p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$

UNMSM

- Determina la tabla de verdad de: $(p \wedge q) \rightarrow \neg p$

Resolución:

p	q	$(p \wedge q) \rightarrow \sim p$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Matriz principal

- Determina la tabla de verdad de

$$(q \rightarrow p) \wedge \neg p$$

- Si la proposición es falsa, determina los valores de p, q, r y s, respectivamente $(p \wedge \neg q) \rightarrow (r \rightarrow \neg s)$

- De la falsedad de la proposición $(p \rightarrow \neg q) \vee (\neg r \rightarrow s)$ deduce el valor de: $[(\neg p \leftrightarrow r) \wedge \neg s]$

UNI

- Si $(p \wedge q)$ y $(q \rightarrow t)$ son falsas, ¿cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?
 - $(\neg p \vee t) \vee s$
 - $\neg [p \wedge (\neg q \wedge \neg p)]$
 - $\neg p \vee (q \wedge t)$

Resolución

Analizando cada una de las proposiciones:

$$a) (p \rightarrow q) \equiv F$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ V & F \end{array}$$

$$b) p \wedge q \equiv F$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ F & V \end{array}$$

Entonces $p \equiv F$; $q \equiv V$; $t = F$. Ahora, hallemos el valor de verdad de las proposiciones:

$$(\neg p \vee t) \vee s$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ V \vee F & & \\ V & \vee & S \equiv V \end{array}$$

$$\neg [p \wedge (\neg q \wedge \neg p)]$$

$$F \wedge V$$

$$F \wedge F$$

$$\neg (F) \equiv V$$

$$\neg p \vee (q \wedge \neg t)$$

$$V \vee (V \wedge V)$$

$$V \vee V = V$$

Rpta.:

Todas las proposiciones son verdaderas

- Si $(p \wedge r)$ y $(\neg r \vee q)$ son esquemas moleculares falsos, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdaderas?

$$I. (r \rightarrow \neg p) \wedge q$$

$$II. (\neg r \vee \neg p) \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$$

$$III. (r \vee \neg q) \leftrightarrow (p \wedge \neg r)$$

- Sabiendo que la proposición “p” es verdadera, ¿en cuáles de los siguientes casos es suficiente dicha información para determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones?

$$I. (p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$$

$$II. (p \wedge q) \rightarrow (p \vee r)$$

$$III. (p \rightarrow q) \rightarrow r$$