Materiales Educativos GRATIS

ALGEBRA PRIMERO

CONCEPTOS PREVIOS DE LAS FUNCIONES

Conceptos previos

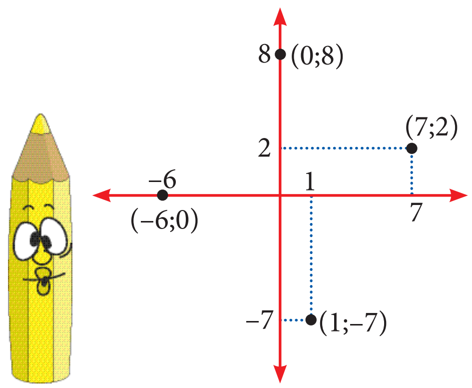
Par ordenado

Es el conjunto formado por dos elementos dispuestos en un determinado orden. Si «a» y «b» son los elementos de un par ordenado, esto se denota de la siguiente manera:

(a;b) donde:
- a: primera componente (ubicada en el eje de las abscisas, eje «x»)
- b: segunda componente (ubicada en el eje de las ordenadas, eje «y»)

Representación gráfica de un par ordenado

Sobre el plano de la hoja de papel, tomemos 2 rectas numéricas perpendiculares entre si:



Observamos 4 pares ordenados:

$$\boxed{(0;8),\ (7;2),\ (-6;0),\ (1;-7)}$$

Propiedades del par ordenado

$$(x;y) = (m;n) \Leftrightarrow x = m \wedge y = n$$

Ejemplo:
Determina «x» e «y» si sabemos:

$$(x + 5;\ y) = (7;\ -1)$$

Resolución:

$x + 5 = 7 \wedge y = -1$
$x = 2 \wedge y = -1$

Definición de función

Sean «a» y «b» dos conjuntos no vacíos (pueden ser A = B) en la que se cumple la siguiente regla de correspondencia.

$$\boxed{F = \{(x;y) \in A \times B / \forall\, x \in A;\ \exists!\ y \in B}$$

«Es decir, para cada elemento de A, le corresponde uno y solo un único elemento de B»

I. Otras formas de conceptualizar una función

«Es aquella clase especial de relación que posee las 1ras componentes diferentes, no pueden ser iguales»

$F = \{(a;b), (c;d), (e;f)\}$

$\Rightarrow \boxed{a \neq c \neq e}$

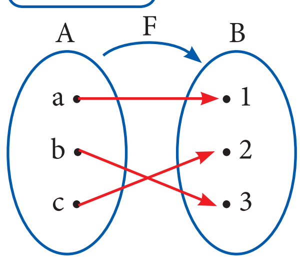
«Una función «F» es un conjunto de pares ordenados, donde no existen dos pares ordenados diferentes con la misma primera componente»

Si $(x;y) \wedge (x;z) \in F \Rightarrow \boxed{y = z}$

II. ¿Como me doy cuenta cual de las siguientes relaciones, es función?

- Para esto te presentaremos 4 casos:

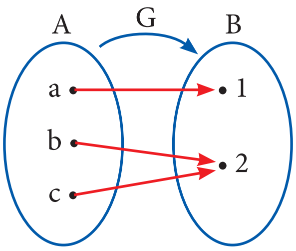
1er Caso



Comentario
¡Si es función!
de A → B
Porque A cada elemento de «A» le corresponde uno y solamente un único elemento de «B»

Observación:
Representación de la función
$F = \{(a;1), (b;3), (c;2)\}$

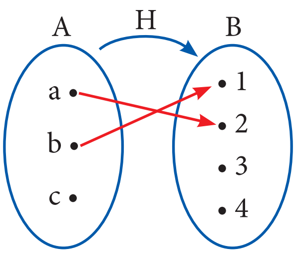
2do Caso



Comentario
¡**Si** es función!
de A → B
Porque A cada elemento de «A» le corresponde un elemento de «B», pues pueden tener «b» y «c» como imagen a «2», sigue siendo función.

Observación:
Valores numéricos de la función «G»
G(a) = 1
G(b) = 2
G(c) = 2

3er Caso



Comentario
¡**Si** es función!
de A → B
Porque a pesar que un elemento de A, el elemento «C», no tiene su correspondiente valor (imagen) en «B», pero cumple con la definición de función.

Observación:
H = {(a;2), (b;1)}

Dominio de H:

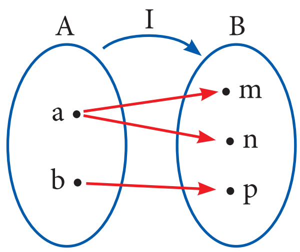
Dom(H) = {a;b}

Rango de H:

Ran(H) = {1;2}

Dominio: Conjunto de las primeras componentes
Rango: Conjunto de las segundas componentes

4to Caso



Comentario
¡**No** es función!
de A → B
Porque a un mismo elemento de A, el elemento «a», le corresponden 2 elementos de B, que son «m» y «n». Incumpliendo la definición de función.
Sin embargo, si es una relación.

Observación:
Si quisiéramos «forzar» que «I» sea función.
I = {(a;m), (a;n), (b;p)}

⇒ m = n

Trabajando en clase

Integral

1. Si (2x + 1; y) = (7; 8)

Calcula: «x . y»

2. Si (15; x – y) = (x + y; 3)

Calcula: «$\frac{x+3}{y}$»

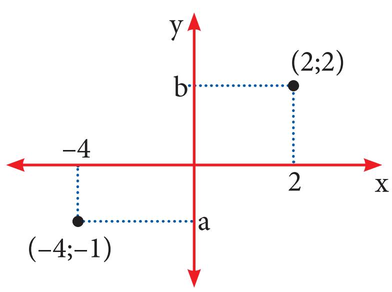
3. Si (17; 5) = (x + y; x – y)

Calcula: «x . y»

PUCP

4. Según la figura, calcula:

«a + b»



Resolución:

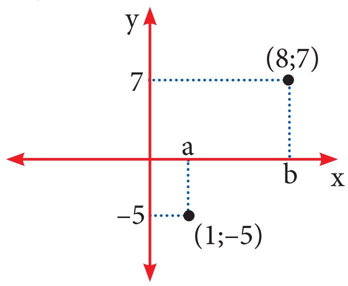
i) El par ordenado (2;2) = (2;b) $\Rightarrow$ b = 2

ii) El par ordenado (−4;−1) = (−4;a) $\Rightarrow$ a = −1

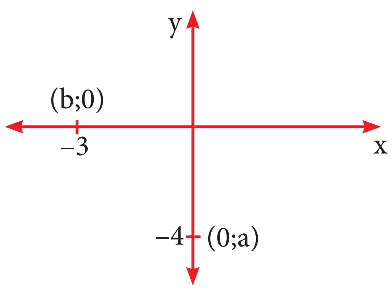
$\therefore$ a + b = −1 + 2 = 1

Rpta.: 1

5. Según la figura, calcula: «a – b»



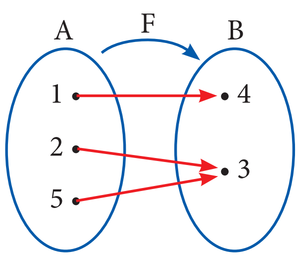
6. Según la figura, calcula: «a + b»



7. Calcula «a^2», si F = {(1;5), (2;7), (1;a)} es una función:

UNMSM

8. Según el siguiente gráfico, donde F es función:



Calcula:

$$M = \frac{F(1) + 2F(2)}{F(5) + 2}$$

Resolución:

F(1) = 4 $\Rightarrow$ la función aplicada a un elemento del conjunto de partida es el elemento correspondiente del conjunto de llegada

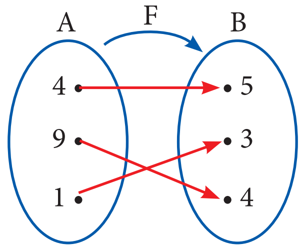
F(2) = 3

F(5) = 3

$\Rightarrow$ Reemplazando: $\dfrac{4 + 2(3)}{3 + 2} = \dfrac{10}{5} = 2$

Rpta.: 2

9. Según el siguiente. Gráfico donde F es función:



Calcula:

$$M = \frac{F(4) + F(9)}{F(1)}$$

10. Calcula la suma de elementos del dominio de la función:
F = {(4; b), (4; 7), (b;5)}

11. Calcula la suma de elementos del rango de la función, si «a» es mínimo
F = {(5;a^2), (4;a), (5;81)}

UNI

12. Sean las funciones:
F = {(−2; b), (0; 3), (5; 4)}
G = {(3; −2), (4; 0), (7; 5)}
Halla el valor de «b», si se cumple que:

$$\frac{F(-2) + G(7)}{G(3) + F(5)} = 2$$

Resolución:

- En «F» $\Rightarrow$ F(−2) = b
  F(5) = 4
- En «G» $\Rightarrow$ G(7) = 5
  G(3) = −2

$$\Rightarrow \frac{b + 5}{-2 + 4} = 2$$

$$\frac{b + 5}{2} = 2$$

b + 5 = 4

b = −1

Rpta.: −1

13. Sea las funciones:
F = {(5;3), (4;b), (2;5)}
G = {(1;−2), (5;4), (4,6)}
Halla el valor de «b», si se cumple que:

$$\frac{F(5) + F(4)}{F(1) + F(5)} = 1$$

14. De las siguientes relaciones indicar la que es una función:

a) R_1 = {(1; −7), (2; −7), (3; 5)}
b) R_2 = {(3; −7), (3; −3), (2; 5)}
c) R_3 = {(1; 5), (2; −3), (2; −7)}
d) R_4 = {(2; −5), (2; −7), (2; −3)}
e) R_5 = {(2; 3), (5; −1), (5; −7)}