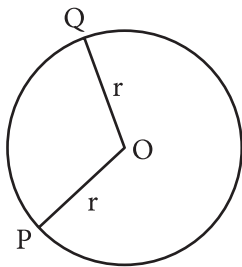




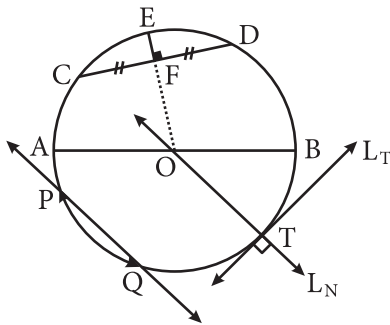
CIRCUNFERENCIA

Es el conjunto de todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto (centro) de dicho plano.



- P y Q son puntos de la circunferencia.
- $OP = OQ = \text{radio} = r$

LÍNEAS ASOCIADAS A LA CIRCUNFERENCIA



CIRCUNFERENCIA DE CENTRO "O" Y RADIO "R"

Cuerda: \overline{CD}

Diámetro: \overline{AB}

Flecha o sagita: \overline{EF}

Recta secante: \overline{PQ}

Recta tangente: \vec{L}_T (T: punto de tangencia)

Recta normal: \vec{L}_N

Arco PQ: \widehat{PQ}

TEOREMAS FUNDAMENTALES

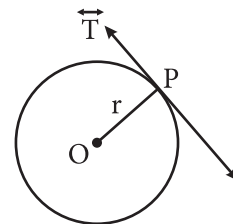
1. Teorema del radio y la tangente

P: punto de tangencia

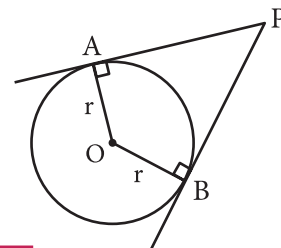
R: radio

T: recta tangente

$$\Rightarrow \overline{OP} \perp \vec{T}$$



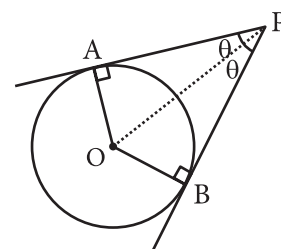
2. Teorema de las dos tangentes



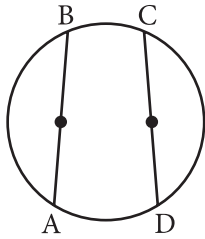
$$AP = BP$$

A y B son puntos de tangencia

3. Teorema de la bisectriz del ángulo formado por 2 tangentes:



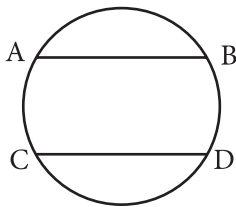
4. Si:



Si $AB = CD$

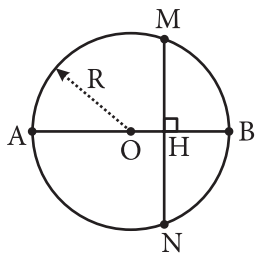
Entonces: $m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$

5. Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



Entonces: $m\widehat{AC} = m\widehat{BD}$

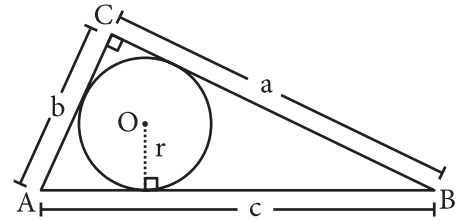
6. Si



Entonces: $MH = HN$

$m\widehat{AM} = m\widehat{AN}$ y $m\widehat{MB} = m\widehat{NB}$

Teorema de Poncelet

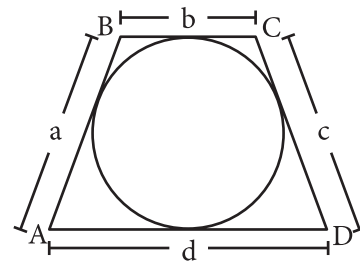


$$a + b = c + 2r$$

o: incentro

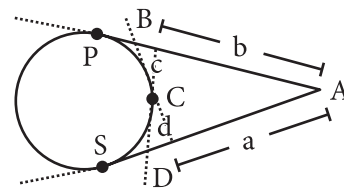
r: inradio

Teorema de Pitot



$$a + c = b + d$$

Teorema de Steiner

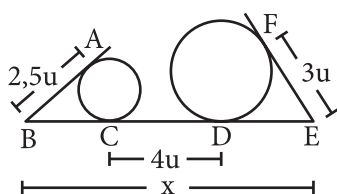


$$a - c = b - d$$

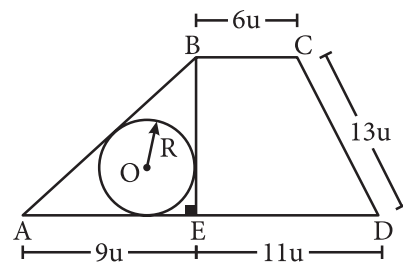
TRABAJANDO EN CLASE

Integral

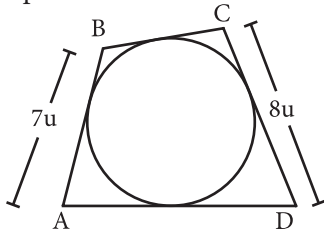
1. Calcula «x» si A, C, D y F son puntos de tangencia.



2. Calcula la longitud del inradio si \overline{BC} y \overline{AD} son paralelos.

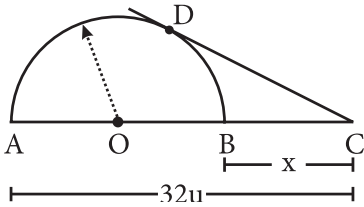


3. Calcula el perímetro del cuadrilátero ABCD.



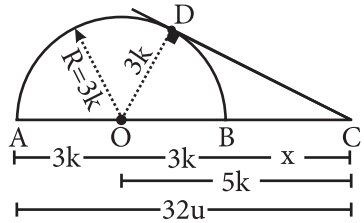
PUCP

4. Calcula «x» si $4AO = 3CD$ y D es punto de tangencia.



Resolución:

Del dato $AO = 3K$ y $CD = 4K$



Trazamos $\overline{OD} \perp \overline{CD} \Rightarrow \overline{OD} = R = 3K$
 Triángulo rectángulo ODC (37° y 53°)
 $\Rightarrow OC = 5K$

Sabemos: $OB = R = 3K \Rightarrow x = 2K \dots (1)$

Del gráfico:

$$3K + 5K = 32u$$

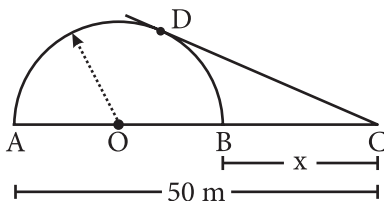
$$8K = 32u$$

$$K = 4u$$

Reemplazando en ecuación (1):

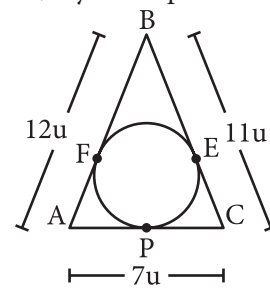
$$\therefore x = 2(4) = 8u$$

5. Calcula «x», si D es punto de tangencia y $15AO = 8CD$.



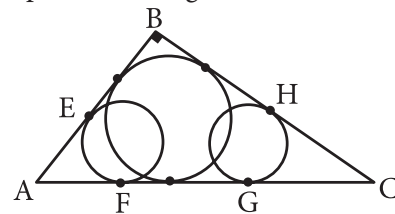
6. En una circunferencia de radio $25u$, se tiene una cuerda cuya longitud es $48u$, calcula la longitud de la flecha correspondiente.

7. Calcula «x» si E, F y P son puntos de tangencia.



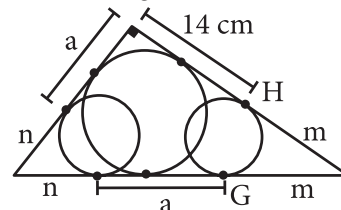
UNMSM

8. Calcula «R» si: $BE = FG$, $BH = 14\text{ cm}$ y E, F, G y H: son puntos de tangencia.



Resolución:

Del dato: $BE = FG = a$, sea $HC = b = GC$, $AE = C = AF$ (teorema de las tangentes).

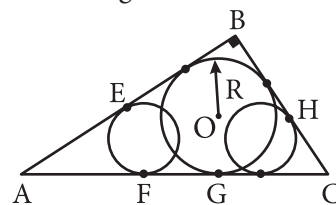


En el triángulo rectángulo ABC, aplicamos el teorema de Poncelet.

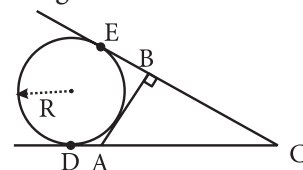
$$a + n + 14\text{cm} + m = n + a + m + 2R$$

$$R = 7\text{ cm}$$

9. Calcula «R» si $BE = FG$, $BH = 12\text{ cm}$, E, F, G y H son puntos de tangencia.



10. Calcular «R» si $AB = 9u$, $BC = 40u$ y D, E son puntos de tangencia.



11. Si 20 u es la suma de las longitudes de los radios de las circunferencias exinscritas relativas a los catetos de un triángulo rectángulo, calcula la longitud de la hipotenusa.

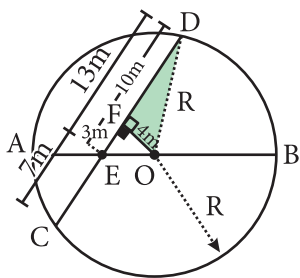
UNI

12. En una circunferencia, un diámetro divide a una cuerda en dos segmentos que miden 7 m y 13 m. Si la distancia del centro de la circunferencia a la cuerda mide 4 m, calcula la longitud del radio de dicha circunferencia.

Resolución:

Sea: \overline{AB} : Diámetro y \overline{CD} : Cuerda

\overline{OF} : Distancia del centro a la cuerda $CD = 20$ m
y $\overline{OF} \perp \overline{CD}$



$$\Rightarrow CF = FD = 10 \text{ m}$$

Por tanto en el triángulo rectángulo OFD, aplicamos el teorema de Pitágoras.

$$R^2 = (4\text{m})^2 + (10\text{m})^2$$

$$R^2 = 116\text{m}^2$$

$$R = \sqrt{116} \text{ m} = \sqrt{4 \times 29} \text{ m}$$

$$\therefore R = 2\sqrt{29} \text{ m}$$

13. En una circunferencia, el diámetro \overline{AB} divide a una cuerda \overline{CD} (E: punto de intersección de la cuerda y el diámetro; $AE > EB$) en dos segmentos, CE (11 cm) y ED (21 cm). Si la distancia del centro de la circunferencia a la cuerda \overline{AB} mide 12 cm, calcule AE.

14. Se tiene tres circunferencias de radios 1 u, 2 u y 3 u, tangentes exteriores entre sí, dos a dos. Calcula la longitud del radio de la circunferencia inscrita al triángulo formado al unir los centros de las primeras circunferencias.