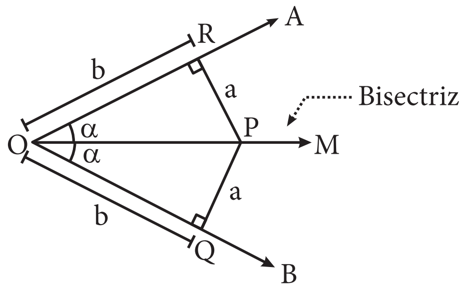
Materiales Educativos GRATIS

GEOMETRIA QUINTO

APLICACIÓN DE LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

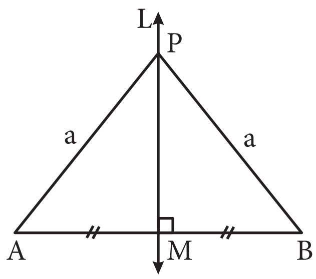
- **Propiedad de la bisectriz**



Si $\overrightarrow{OM}$ es bisectriz del $\angle AOB$ y «P» $\in \overrightarrow{OM}$

$\rightarrow$ PR = PQ y OR = OQ

- **Propiedad de la mediatriz**

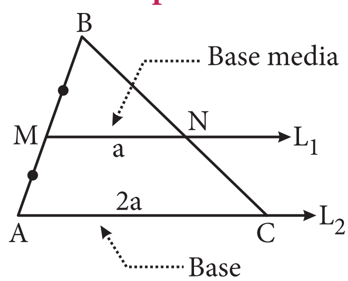


Si $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{AB}$ y P $\in$ L

$\rightarrow$ PA = PB

$\triangle$APB: isósceles

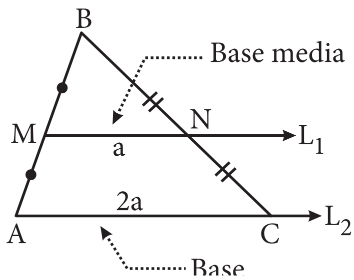
- **Propiedad de los puntos medios**



Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$

$\Rightarrow$ BN = NC y MN = $\frac{AC}{2}$

Colorario

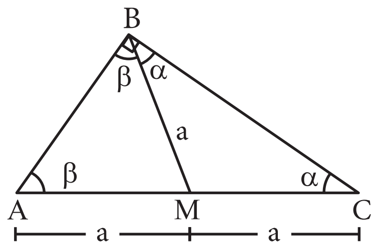


Si "M" y "N" son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, respectivamente $\overleftrightarrow{L}_1 // \overleftrightarrow{L}_2$ y MN = AC y MN = $\frac{AC}{2}$

Advertencia

Bisectriz es la recta que divide un ángulo en dos de igual medida.
Mediana en un triángulo, es la recta trazada desde un vértice al punto medio del lado opuesto.

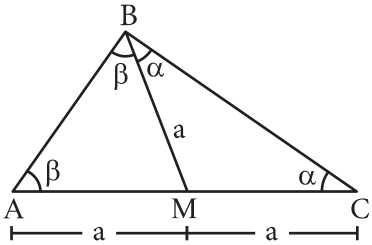
- **Propiedad de la mediana relativa a la hipotenusa o menor mediana**



$\triangle$ABC: $\overline{BM}$ mediana relativa a $\overline{AC}$.

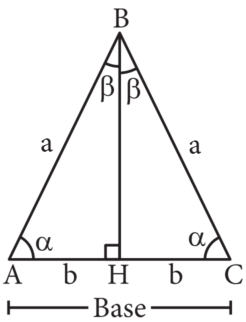
$$\boxed{BM = \frac{AC}{2}}$$

Observación



x = 90°

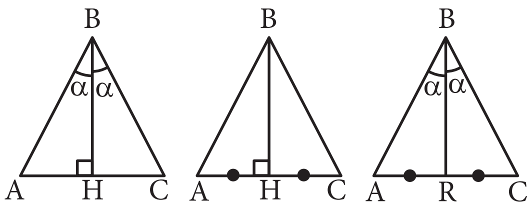
- **Propiedad de los triángulos isósceles**



$\overline{BH}$ es:
- Altura
- Bisectriz
- Mediana
- Mediatriz

Observación

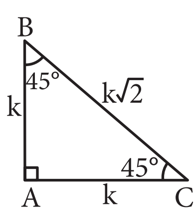
Los triángulos isósceles se pueden reconocer por la combinación de líneas notables trazadas interiormente, estos son tres casos:

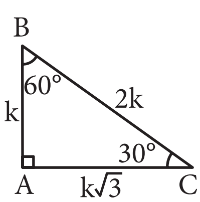


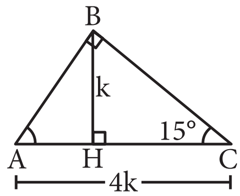
3 casos son triángulos isósceles

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES

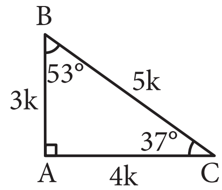
Se denominan así a ciertos triángulos rectángulos en los que conociendo las medidas de sus ángulos internos, denominados ángulos notables, se tendrá presente una determinada relación entre las longitudes de sus lados y viceversa.

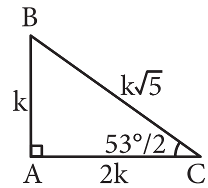


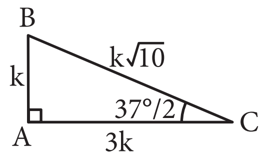




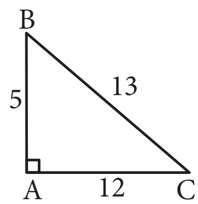
Triángulos rectángulos aproximados

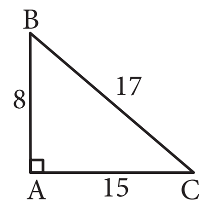


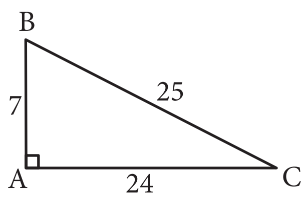


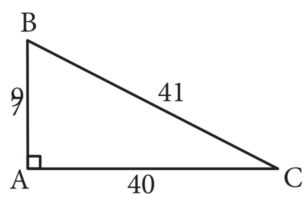


Triángulos rectángulos pitagóricos





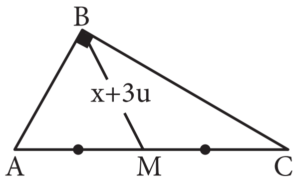




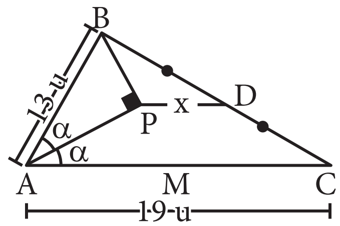
Trabajando en clase

Integral

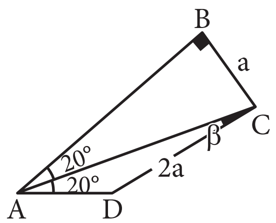
1. Calcula «x» si AC = 4x.



2. Calcula «x».

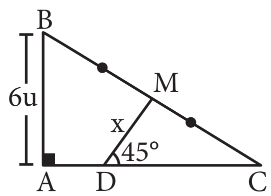


3. Calcula «**β**».

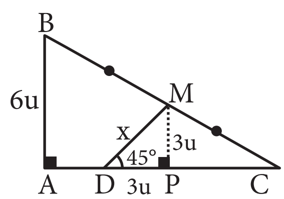


PUCP

4. Calcula «$x\sqrt{2}$».



Resolución:



Se traza $\overline{MP} \parallel \overline{AB}$

△ABC (Propiedad de los puntos medios)

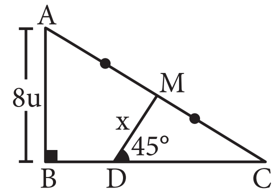
$MP = \dfrac{AB}{2} \rightarrow MP = 3\text{ u}$

◺MPD es notable (MP = DP = 3 u)

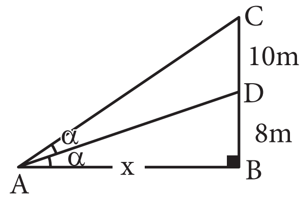
$\therefore\ x = 3\sqrt{2}\text{ u}$

Piden "$x\sqrt{2}$" $\Rightarrow 3\sqrt{2}\,(\sqrt{2}) = 6\text{ u}$

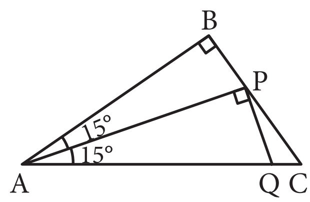
5. Calcula «$x\sqrt{2}$».



6. Calcula «x».

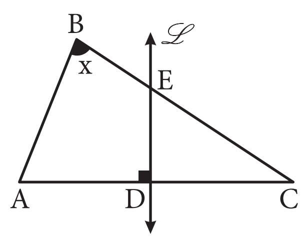


7. Calcula "BP", si AQ = 20 u.

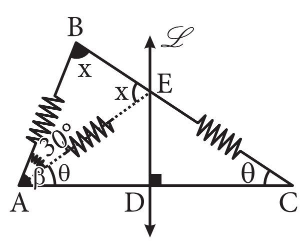


UNMSM

8. Si m∠BAC – m∠BCA =30° y AB = MC, calcula el valor de «x», si $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{AC}$.



Resolución:



Dato

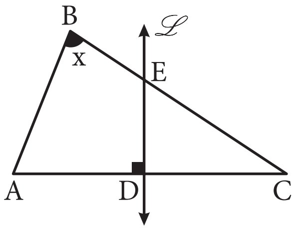
m∠BAC – m∠BCA = 30°

$\beta - \theta = 30°$

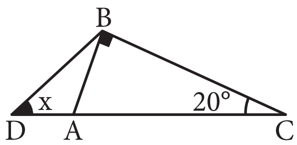
- $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{AC}$ (AD = DC) y (AE = EC)
- △ABE (isósceles)

  x = 75°

9. Si m∠BAC – m∠BCA = 40° y AB = EC, calcula el valor de «x», $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{AC}$.



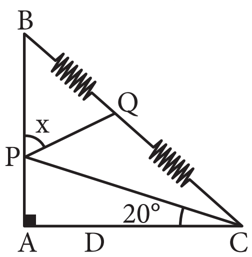
10. Calcula «x», si: AC = 2(DB).



11. Si PQR es un triángulo equilátero de lado 16 u. Por A, punto medio de $\overline{PQ}$, se traza $\overline{AB}$ perpendicular a $\overline{PR}$; por B se traza $\overline{BC}$, perpendicular a $\overline{QR}$. Calcula $\overline{BC}$.

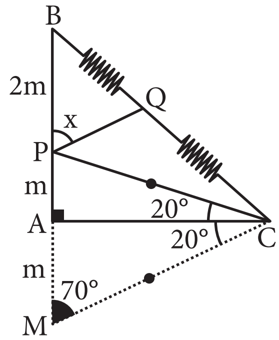
UNI

12. Calcula «x», si: BP = 2(PA).



Resolución:

Piden: x

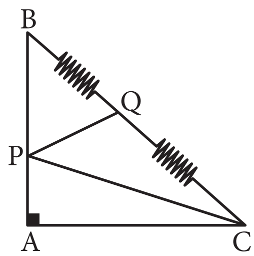


- Se prolonga $\overline{PA}$ hasta M (PA = AM)
- △PCM isósceles (PC = CM)

$\Rightarrow \overline{PQ} \,//\, \overline{MC}$

x = 70°

13. Calcula “PQ” si PC = 8 m y 2(PA) = PB.



14. Se tiene un cuadrilátero ABCD donde:

m∠ABC = m∠ADC = 90° y $\dfrac{BD}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Calcula m∠BCD.