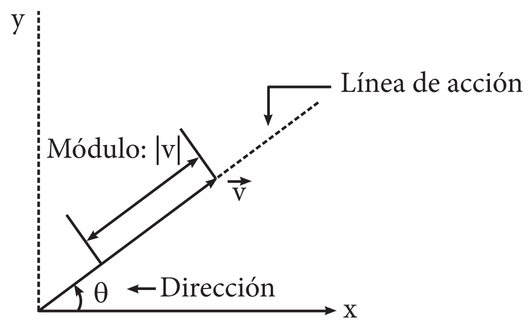
ANÁLISIS VECTORIAL

Las cantidades vectoriales se pueden representar con flechas. La longitud de la flecha representa la magnitud de la cantidad vectorial, y la punta la dirección de esa cantidad. A esta flecha, trazada a escala y apuntando en forma correcta se le llama vector.

Vector: Son aquellos segmentos de recta dirigidos que nos permiten representar y estudiar las magnitudes vectoriales.
Así:



Sus elementos son: el módulo y la dirección.
Notación:

- $\vec{V}$: se lee "vector"
- $|\vec{V}|$: se lee "módulo del vector"

OPERACIONES BÁSICAS CON LOS VECTORES

Debemos tener presente que para realizar operaciones con vectores, estos deben ser de la misma naturaleza.

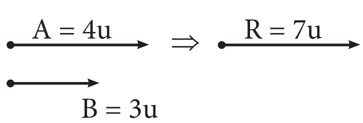
I. Suma de vectores

Consiste en reemplazar a un conjunto de vectores por uno solo llamado vector resultante ($\vec{R}$).

1. Para dos vectores con el mismo sentido
   El módulo de la resultante se obtiene sumando los módulos de los vectores.
   A esta resultante se le conoce como resultante máxima (R_{max})

   $$\boxed{R = A + B}$$

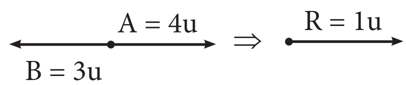
   Ejemplo:

2. Para dos vectores con sentidos opuestos.
   En este caso se obtiene restando los módulos de los vectores. A esta resultante se le conoce como resultante mínima. (R_{MIN})

   $$\boxed{R = A - B}$$

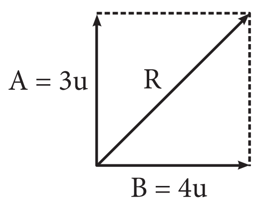
   Ejemplo:

3. Para dos vectores perpendiculares
   El módulo de la resultante se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras.

   $$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2}}$$

   Ejemplo:

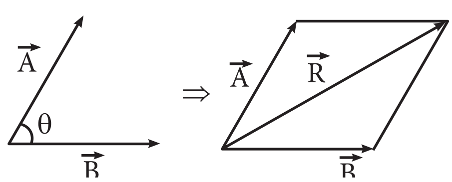
   

   $R = \sqrt{A^2 + B^2}$

   $R = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ u$

MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

Para dos vectores que forman un ángulo cualquiera.



Este caso se trazan las paralelas a los vectores por sus extremos. La unión del origen de los vectores con la intersección de las paralelas es el vector resultante.

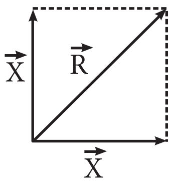
El módulo de este vector resultante se obtiene de la siguiente manera:

$$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}}$$

Propiedades

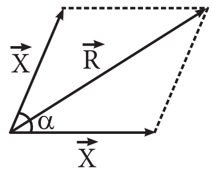
Cuando los dos vectores A y B son iguales en módulo.

A.



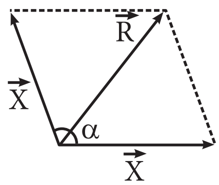
$\boxed{R = x\sqrt{2}}$

B. Si $\boldsymbol{\alpha} = 60°$



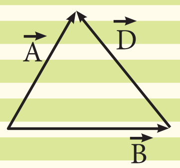
$\boxed{R = x\sqrt{3}}$

C. Si $\boldsymbol{\alpha} = 120°$



$\boxed{R = x}$

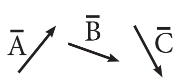
Nota importante:

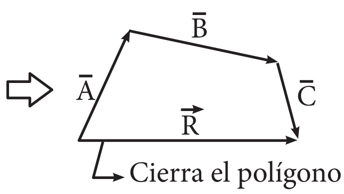


$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} \leftarrow$ vector diferencia

MÉTODO DEL POLÍGONO

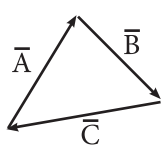
Consiste en colocar un vector a continuación del otro.





$\bar{R} = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$

Para un polígono cerrado

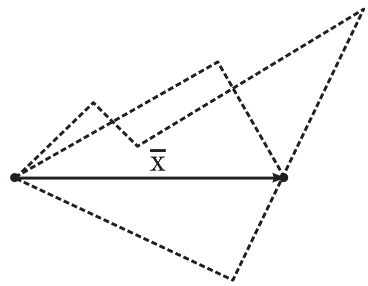


$\boxed{\bar{R} = 0}$

DESCOMPOSICIÓN VECTORIAL

Dado un vector, se puede descomponer en otros vectores llamados componentes de dicho vector, de tal manera que estos en su conjunto sean capaces de reemplazar al vector dado.

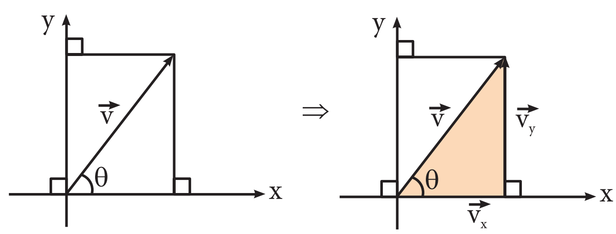
Ejemplo:



Como vemos un vector puede descomponerse en dos o más vectores, siguiendo diferentes caminos, todos en conjunto tendrán una misma resultante: el vector $\bar{x}$.

DESCOMPOSICIÓN RECTANGULAR DE UN VECTOR

Consiste en reemplazar un vector por otros dos, de tal forma que estos sean mutuamente perpendiculares.

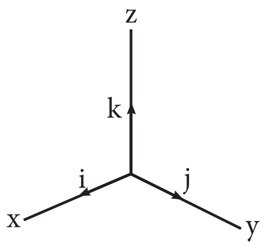


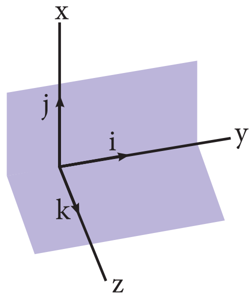
$V_x = |\vec{V}|\text{Cos}\boldsymbol{\theta} \Rightarrow \boxed{V_x = V\ \text{Cos}\boldsymbol{\theta}}$

$V_y = |\vec{V}|\text{Sen}\boldsymbol{\theta} \Rightarrow \boxed{V_y = V\ \text{Sen}\boldsymbol{\theta}}$

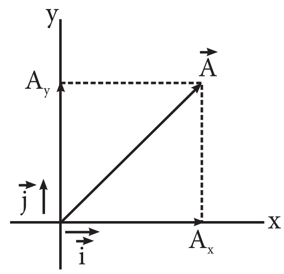
Además: $\text{Tan}\theta = \dfrac{V_y}{V_x}$

Usaremos los símbolos i, j y k para representar vectores unitarios que apuntan en las direcciones x, y, z positivas, respectivamente. Los vectores unitarios i, j y k forman un conjunto de vectores, mutuamente perpendiculares, en un sistema de coordenadas de mano derecha como muestra en la figura. La magnitud de cada vector unitario es igual a la unidad es decir $|i| = |j| = |k| = 1$.





Los vectores en un plano pueden expresarse por medio de vectores unitarios:



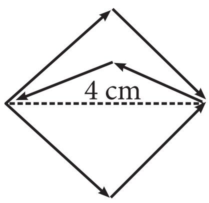
Componentes de un vector en una dirección determinada. Por consiguiente, tenemos:

$$\vec{A} = A_x\,\vec{i} + Ay\vec{j}$$

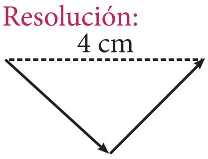
Trabajando en clase

Integral

1. Calcula el módulo de la resultante de los siguientes vectores.

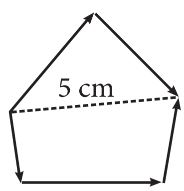


Resolución:



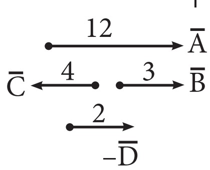
$|\vec{R}| = 4$ cm

2. Calcula el módulo de la resultante de los siguientes vectores.

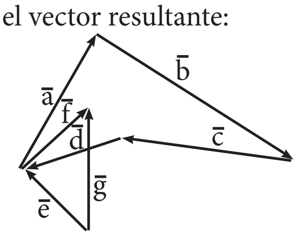


3. A partir del siguiente grupo de vectores, calcula

$$\left|\frac{1}{3}\overline{A} - \overline{B} - 2\overline{C} + \overline{D}\right|$$

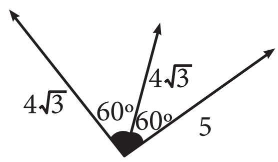


4. Determina el vector resultante:

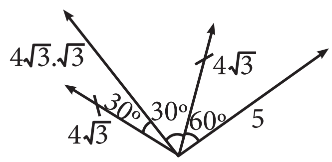


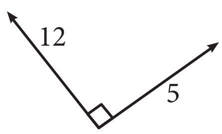
UNMSM

5. Calcula el módulo de la resultante de los siguientes vectores.



Resolución:



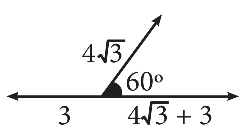


$$|\vec{R}| = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ u}$$

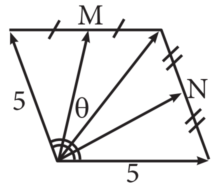
6. Si dos vectores tienen una resultante mínima que vale 4 y una resultante máxima igual a 16, ¿cuál será la resultante de estos vectores cuando formen un ángulo de 60º?

7. Calcula el módulo de la resultante de los siguientes vectores:
$|a| = 5N$ y $|b| = 3N$

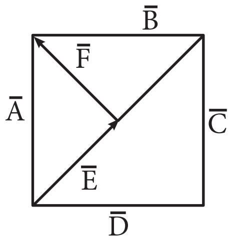
8. Calcula el módulo de la resultante de los siguientes vectores.



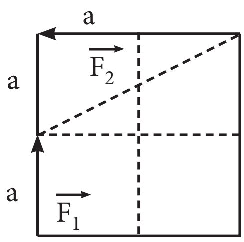
9. Calcula el módulo de la resultante en el siguiente paralelogramo si M y N son puntos medios. Además, θ = 120º.



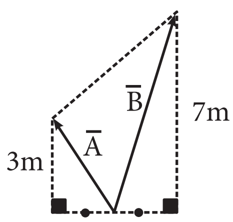
10. Calcula el vector resultante de los siguientes vectores.



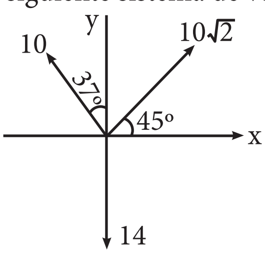
11. Calcula la magnitud de la resultante de los vectores $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$.



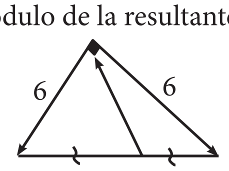
12. Calcula el módulo de la resultante en el espacio:



13. Determina el módulo y la dirección del vector resultante en el siguiente sistema de vectores.

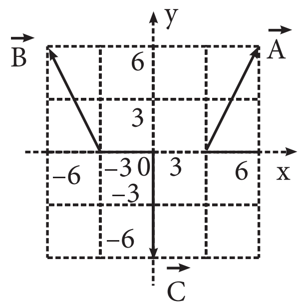


14. Calcular el módulo de la resultante



UNI

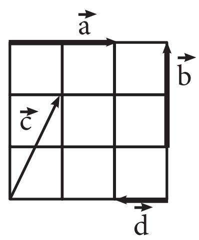
15. Si la figura muestra la disposición de los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$, calcula la magnitud de la resultante.



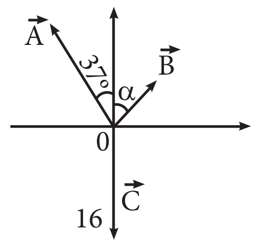
Resolución

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 6\hat{j}$$
$$\vec{B} = -3\hat{i} + 6\hat{j}$$
$$\vec{C} = -6\hat{j}$$
$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = 6\hat{j} \Rightarrow \vec{R} = 5\hat{j}$$
$$|\vec{R}| = 5$$

16. Si el lado de cada cuadrado pequeño mide 1 cm, calcula el módulo de $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$.



17. Calcula el ángulo α y la magnitud de $\vec{B}$ de tal modo que se cumpla $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$, se sabe que A = 10 u.



18. Sean los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ con módulos 3 y $\sqrt{10}$, respectivamente. Si el módulo de la suma $|\vec{A} + \vec{B}|$ es igual a 5, ¿cuánto vale el módulo de la diferencia $|\vec{A} - \vec{B}|$?