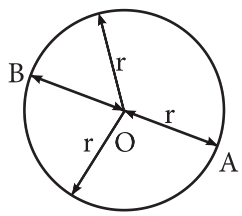
ÁREAS DE CIRCULOS

A continuación detallaremos cómo obtener el área de superficies circulares. La base es el área del círculo, así que aprende bien la fórmula de su área y las demás te serán fáciles.

1. Área del círculo

Un círculo es una figura geométrica que tiene la particularidad de que la distancia que existe entre su centro (O) y sus extremos es siempre constante. A dicha distancia se le conoce con el nombre de radio (r).



Observaciones

a. Hay que tener cuidado de no confundir círculo con circunferencia. La circunferencia es la línea que limita la región circular, es decir, el borde del círculo; en cambio, el círculo abarca la circunferencia y todo el espacio (región) que esta encierra.

b. Cuando dos radios forman parte de una misma recta, es decir, son colineales (como en el caso de los radios OA y OB), al segmento que va desde un extremo a otro de la circunferencia, pasando por su centro (segmento AB), se le denomina diámetro (D).

$$\Rightarrow D = 2r$$

c. La longitud de la circunferencia (L) se puede obtener así:

$$\boxed{L = 2\pi r} \quad \vee \quad \boxed{L = \pi D}$$

El área de un círculo es proporcional al cuadrado del radio del círculo. La constante de proporcionalidad es un número irracional que recibe la notación de la letra griega π (pi).

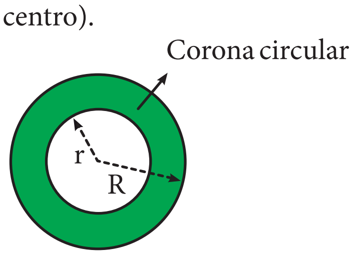
$$\pi = 3{,}1416927... \Rightarrow \pi = 3{,}14$$

Es decir, el área de un círculo se puede calcular así:

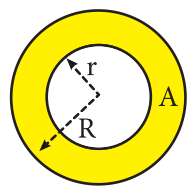
$$\boxed{A = \pi r^2} \rightarrow \text{Área del círculo}$$

2. Corona circular

Una corona circular es una superficie limitada por las circunferencias de dos círculos concéntricos (dos circulos son concéntricos si tienen el mismo centro).



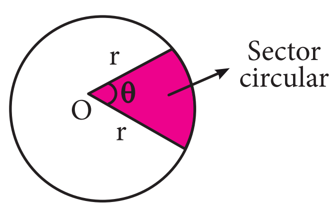
El área de una corona circular se obtiene multiplicando por π a la diferencia de los cuadrados de los radios de cada círculo. Es decir:



$$\boxed{A = \pi(R^2 - r^2)}$$

3. Área de un sector circular

Un sector circular es una porción del círculo; tiene la particularidad de estar limitado por 2 radios y por la circunferencia asociada al círculo.



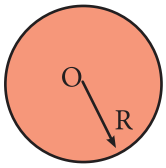
El área de un sector circular se calcula aplicando la siguiente propiedad:

$$\boxed{A_{\triangle} = \pi r^2 \frac{\theta}{360°}}$$

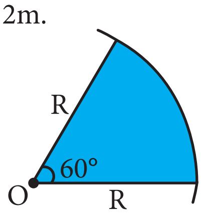
Trabajando en clase

Integral

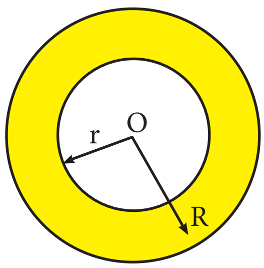
1. Calcula el área del círculo si $R = 4\sqrt{2}$ m.



2. Calcula el área de la región sombreada si O es centro y R = 12m.

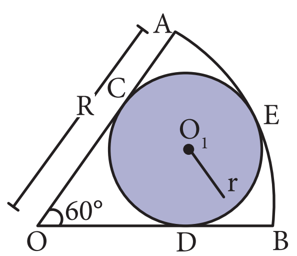


3. Calcula el área de la región sombreada si R + r = 10u y 2R = 3r.



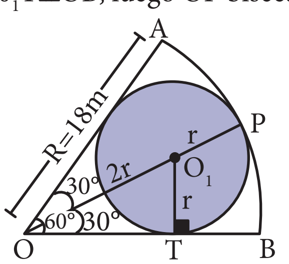
PUCP

4. Calcula el área de la región sombreada si R = 18m, y O, O_1 son centros y C, D, E son puntos de tangencia.



Resolución:

Trazamos $\overline{O_1T} \perp \overline{OB}$, luego $\overline{OP}$ biseca al $\angle AOB$.



Por ⊿ 30° y 60° $\Rightarrow \overline{OO_1} = 2r$

Luego, tenemos: $R = 3r$

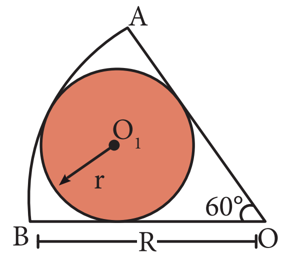
$18 = 3r$

$r = 6m$

$\therefore A_O = 36\pi\ m^2$

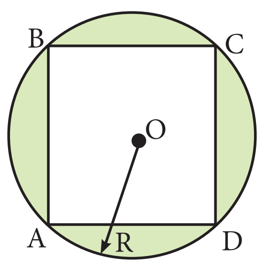
$$\boxed{A_O = 36\pi\ m^2}$$

5. Calcula el área de la región sombreada si R = 21m, O, O_1 son centros y C, D, E son puntos de tangencia.



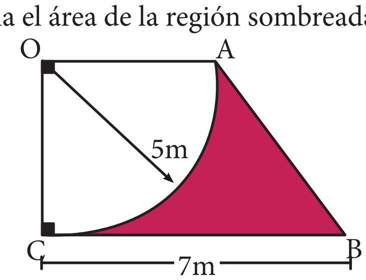
6. Calcula el área de un círculo si su longitud mide 6πm.

7. Calcula el área de la región sombreada si R = 6m y ABCD es un cuadrado.

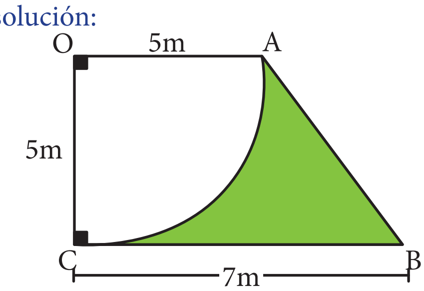


UNMSM

8. Calcula el área de la región sombreada.



Resolución:

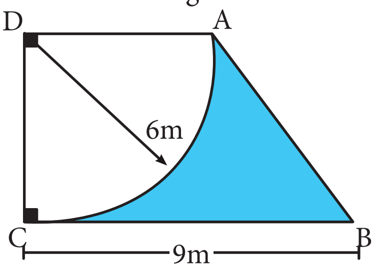


Nos piden: A sombreada.

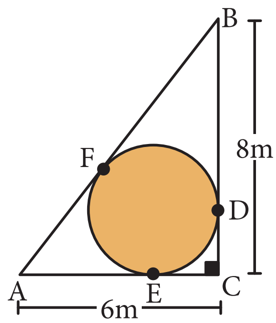
$$A_{\text{somb}} = A_{\square OABC} - A_{\triangle}$$
$$= \left(\frac{7+5}{2}\right).5 - \frac{\pi 5^2}{4}$$
$$= 30 - \frac{25}{4}\pi$$

$$\boxed{A_{\text{somb}} = \frac{120 - 25\pi}{4}\text{m}^2}$$

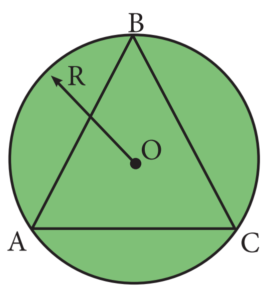
9. Calcula el área de la región sombreada.



10. Calcula el área de la región sombreada si D, E, F son puntos de tangencia.

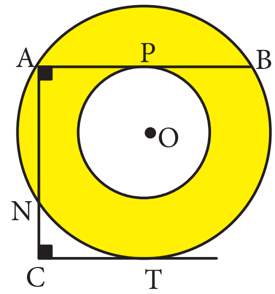


11. Calcula el área de la región sombreada si ABC es un triángulo equilátero de perímetro $18\sqrt{3}$ m.



UNI

12. Calcula el área de la corona circular si AN = NC y OC = $\sqrt{17}$ u y P,T son puntos de tangencia, además O es centro.



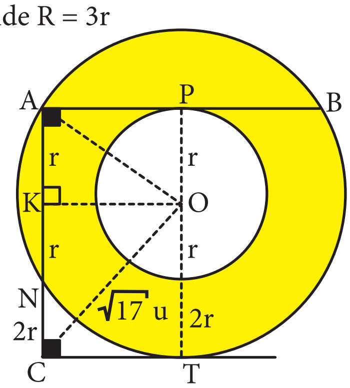
Resolución:

Sean R y r las medidas de los radios de las circunferencias.

Luego $A_{\text{corona circular}} = \pi(R^2 - r^2)$

Trazamos $\overline{OK} \perp \overline{AN} \Rightarrow AK = KN = r <> \pi \Rightarrow AN = NC = 2r$

De donde R = 3r



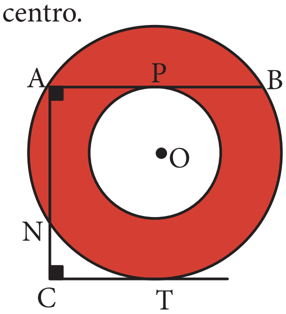
El el ◺AKO: $OK^2 = (3r)^2 - r^2 = 8r^2$

En el ◺CKO: $(\sqrt{17})^2 = (3r)^2 + OK^2 = 9r^2 + 8r^2$

$\Rightarrow r = 1$ y $R = 3u$

Luego $\pi(3^2 - 1^2) = \boxed{A_O = 8\pi u^2}$

13. Calcula el área de la corona circular si AN = NC y OC = $2\sqrt{17}$ u y P.T son puntos de tangencia, además O es centro.



14. Calcula el área de la región sombreada si AH = 4u y PH = 6u.